R

Math. P. 635

R

Mathes.
Arithmet.
p. 216

# Kurze
doch
vollständige
# Anweisung
zum
# Rechnen
nach Reesischer Manier
in 140 Beyspielen.

Von

Georg Philipp Weinich,
Professor in Schweinfurt.

Erlangen, 1814.
bey Johann Jacob Palm.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

# Vorrede.

Es giebt viele recht brauchbare Rechenbücher; allein die wohlfeilen unter denselben sind zu unvollständig, da sie, ohnerachtet sie oft ziemlich dick sind, über einen und eben denselbigen Rechnungs-Fall gar zu viele Beyspiele anführen, womit weder dem Lehrer, welcher dergleichen selber vorzugeben im Stande seyn muß, noch auch dem Schüler gedient seyn kann, und die vollständigen, d. h. diejenigen Rechenbücher, welche über jeden im gemeinen Leben vorkommenden Fall ein Beyspiel oder mehrere enthalten, sind zu theuer, als daß sie von allen Schülern angeschafft werden könnten. Wie unangenehm aber für den Lehrer und wie nachtheilig für die Schüler es ist, wenn Letztere nicht sämmtlich mit einem Lehrbuche versehen sind, dieß habe ich in meinem 16jährigen Lehramte leider! zur Genüge erfahren. Sollen die Schüler das Gelernte nach geendigten Schuljahren nicht sogleich wieder vergessen; — (denn sie lernen ja nicht für die Schule allein, sondern auch und vorzüglich für das künftige Geschäfts-Leben, und was ist leichter vergessen, als das Rechnen! —) so muß man die kostbare Zeit, welche zum Ueben im

Rechnen selbst verwendet werden könnte, mit dem Diktiren der nöthigen Regeln, die oft noch gar fehlerhaft niedergeschrieben werden, verschwenden.

Diesem Uebel abzuhelfen und denjenigen, die das Rechnen lernen oder das vormals Gelernte zu seiner Zeit gebrauchen und anwenden wollen, eine kurze und also wohlfeile und doch zugleich auch vollständige Anweisung zum Rechnen zu geben, war meine Absicht bey der Ausarbeitung dieses Werckchens und freuen werde ich mich, wenn dieselbige, wie ich wünsche und hoffe, erreicht und wenn dadurch, daß auch weniger-bemittelte Schüler sich dieselbige anschaffen können, die für die leichteste und sicherste Rechnungs-Methode anerkannte Rees'ische Manier — zum Besten der Lehrer und Schüler — allgemeiner werden sollte.

Der Verfasser.

---

Inhalts-

# Inhalts-Anzeige.

Die Arithmetik — was sie ist. §. 1.

Eintheilung derselben. §. 2.

I. Theil. Numeriren. §. 3—7.

II. Theil. Die 4 Species: Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren. §. 8—32.

1. Mit unbenannten Zahlen. §. 9—16.
2. Mit benannten Zahlen. §. 17—20.
3. Mit Brüchen. §. 21—27.
4. Mit Decimal-Brüchen. §. 28—32.

III. Theil. Anwendung der 4 Species ꝛc. §. 33—58.

Regula de Tri — worauf sie sich gründet. §. 35.

Ansatz nach Reesischer Manier. (Kettensatz.) §. 36.

I) Reduction. §. 37—43.

Kassier-Rechnung. §. 38.

Wechsel-Rechnung. §. 39.

Faktorey-Rechnung. §. 40.

Tara-Rechnung. §. 41.

Tausch-Rechnung. §. 42.

Pacht-Rechnung. §. 43.

II) Gesellschafts-Rechnung. §. 44—46.

Theilungs-Rechnung. §. 45.

Vermischungs-Rechnung. §. 46.

III) Regu-

III) Regula de quinque etc. §. 47—56.

Fracht-Rechnung. §. 48.

Zinsen-Rechnung. §. 49.

Zinsen aus Zinsen. §. 50.

(Logarithmen — was sie sind. §. 51—52.

Nutzen derselben überhaupt. §. 52. (Ausziehen der Quadrat- und Cubik-Wurzel.)

Anwendung derselben auf die Zinsen-Rechnung. §. 53.)

Zeit- und Ziel-Rechnung. §. 54.

Abzugs-Rechnung. §. 55.

Schulden-Tilgungs-Rechnung. §. 56.

IV) Verkehrte Regula de Tri. §. 57.

V) Zugabe vermischten Inhalts. §. 58.

---

§. 1. Die

§. 1.

Die Arithmetik (Lehre von den Zahlen — ἀριθμος im Griechischen —) oder die Rechnenkunst ist die Wissenschaft, aus gewissen gegebenen Zahlen eine andere noch unbekannte Zahl von verlangten Eigenschaften zu finden, z. B. eine Zahl, welche so groß ist, wie 3 und 6 zusammen genommen = 9.

§. 2.

Dieselbige zerfällt in 3 Theile.

Im I.) wird von unserer Art zu zählen und die Zahlen darzustellen, d. h. dieselben mit Ziffern zu schreiben und die Ziffern zu lesen — gehandelt. (Numeriren.)

Im II.) wird gelehrt, aus dieser Zählungs-Methode gewisse Regeln für die Veränderungen der Zahlen in gegebenen Verhältnissen abzuleiten. (Die 4 einfachen Rechnungs-Arten, oder Species: Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren.)

Im III.) endlich wird die Anwendung dieser einfachen Rechnungs-Arten auf die im gemeinen Leben vorkommenden Fälle gezeigt. (Regel von 3 Sätzen, oder Regula de Tri etc. Gesellschafts-, Zinsen-Rechnung ꝛc.)

# I. Theil.

## Numeriren, Zählen.

§. 3.

Das Erlernen des Numerirens muß, ehe man das Rechnen selbst anfängt, immer vorausgehen. Dasselbe ist aber keinesweges die erste einfache Rechnungs-Art selber, wie man ehemals, wo man 5 Species annahm, fälschlich glaub-

glaubte; denn man sucht ja hier nicht zu gewissen gegebenen Zahlen eine andere noch unbekannte Zahl von verlangten Eigenschaften.

§. 4.

Es giebt verschiedene Zahlen-Systeme. Wir Europäer zählen von Eins bis Zehn und fangen dann immer wieder von vornen an; (wahrscheinlich deßhalb, weil man sich beym Zählen von jeher der Finger dabey bediente;) haben also das Decimal-System. Z. B.

1) Eins, zwey, drey, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun, zehn;

2) Eins und Zehn (statt zehn vielleicht ehemals ölf) — und daher eins und ölf = eilf oder elf; zwey und zehn, oder zwey und ölf = zwölf; dreyzehn ꝛc. bis zwey mal Zehn, oder Zwanzig.

3) Ein und zwanzig bis drey mal Zehn, oder Dreyßig ꝛc.

10) Ein und neunzig bis zehn mal zehn, oder Hundert.

11) Ein Hundert und eins bis ein Hundert und zehn ꝛc.

100) Neun Hundert und ein und neunzig bis zehn Hundert, oder Tausend.

101) Ein Tausend bis ein Tausend und zehn ꝛc.

1000) Neun Tausend neun Hundert und ein und neunzig bis zehn Tausend.

1001) Zehn Tausend und eins bis zehn Tausend und zehn ꝛc.

10000) Neun und neunzig Tausend neun Hundert und ein und neunzig bis hundert Tausend.

10001) Hundert Tausend und eins bis hundert Tausend und zehn ꝛc.

100000) Neun hundert und neun und neunzig Tausend neun hundert und ein und neunzig bis tausend mal Tausend, oder eine Million ꝛc.

(Das Werneburg'sche Zwölfer- oder Taun-System, das noch weit leichter und bequemer seyn sollte, fand wenig Beyfall.)

## §. 5.

Um die größte Zahl zu schreiben, oder um die größte Summe von Einheiten, wenn deren auch noch soviele seyn sollten, auszudrücken, dazu braucht man nicht mehr, als folgende neun Zahl-Zeichen oder Ziffern. (Arabische Buchstaben, oder nach der Meinung Anderer indischen Ursprungs.)

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Der Werth dieser Ziffern hängt blos von der Stelle ab, die sie einnehmen; denn

1 in der hintersten Reihe gilt eins, (ist ein Einzer;)
1 in der 2ten Reihe von hinten zehn, (ist ein Zehner;)
1 in der 3ten Reihe von hinten hundert, (ist ein Hunderter ꝛc.)

und eben so verhält es sich auch mit den übrigen Zahlen.

Schriebe man daher die Ziffern jedesmal in linirte Fächer, wie nachstehendes Täfelchen zeigt, so wäre das Numeriren sehr leicht.

| Tausend mal tausend Millionen, millionen mal Millionen, Billionen. | | | | Zehn mal hundert Tausend, oder tausend mal Tausend, oder Millionen. | | | | | | Zehn Hundert, oder Tausend. | | | Hunderter. Ein- bis neun Hundert. | Zehner. Zehn bis neunzig. | Einzer. Eins bis neun. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tausend Billionen. | Ein Hundert bis neun Hundert. | Zehn bis neunzig. | Eine bis neun Billionen. | Tausend Millionen. | | | Ein Hundert bis neun Hundert. | Zehn bis neunzig. | Eine bis neun Millionen. | Ein Hundert bis neun Hundert. | Zehn bis neunzig. | Ein bis neun. | | | |
| | | | | Hunderter | Zehner. | Einzer. | | | | | | | | | |
| 1 | | | 3 | | 5 | | | 7 | 8 | | 6 | | | 4 | 3 |
| | | | | | | | | | 7 | 2 | | 8 | | 7 | 3 |

## §. 6.

Wollte man die in der 2ten Zeile des vorstehenden Täfeleins befindlichen fünf Ziffern, ohne erst Linien dazu zu ziehen, so hinschreiben = 72873; so hieße diese Zahl: zwey und siebzig Tausend, acht Hundert und drey und siebzig, anstatt sieben Millionen, zweymal Hundert und acht Tausend, und drey und siebenzig.

Um

Um daher der ersten Ziffer 7 ihren Millionen-Werth nicht zu nehmen, mußte sie auch hier, ohne Linien, in der siebenten Reihe von hinten stehen bleiben. Da aber ausser den angeführten fünf Ziffern durchaus keine andere dazu genommen werden darf, wenn dieselben nämlich ihren gegenwärtigen Werth behalten sollen; so war ein anderes Zeichen noch nöthig, das — ohne ein Zahlzeichen zu seyn, doch die leeren Reihen ausfüllte und man wählte dazu folgendes = 0 (Nulle, vom Lateinischen nullus, keines.)

Genannte Ziffern, also geschrieben = 7′,208,073, haben daher denselben Werth, den sie im vorstehenden Täfelchen hatten.

§. 7.

Folgen nach einer Zahl noch 3 Reihen, so gilt sie Tausend;

Folgen nach einer Zahl noch 6 Reihen, so gilt sie Tausend mal Tausend, oder Millionen;

Folgen nach einer Zahl noch 12 Reiheu, so gilt sie Tausend mal Tausend Millionen, oder Millionen mal Millionen, oder Billionen;

Folgen nach einer Zahl noch 18 Reihen, so gilt sie Tausend mal Tausend Billionen, oder Millionen mal Billionen, oder Trillionen;

Folgen nach einer Zahl noch 24 Reihen, so gilt sie Tausend mal Tausend Trillionen, oder Millionen mal Trillionen, oder Quadrillionen ꝛc.

und so kann ins Unendliche fortgezählt werden.

, 3,840.
″ 7,208,073.
‴ 4,105,038,060,400.
⁗ 1,310,760,841,300,104,781.
1,406,305,061,087,540,839,768,040.

---

# II. Theil.

## Die 4 einfachen Rechnungs-Arten. (Species.)

§. 8.

Nachdem man das Numeriren gelernt hat, kommt man zu dem Rechnen selber. Sollen hier aus gegebenen Zahlen neue, noch unbekannte Zahlen von verlangten Eigenschaften gefunden werden, so kann dieses

| | |
|---|---|
| a) entweder durch Vermehrung oder Vergrösserung, | 1. Eine oder mehrere verschiedene Zahlen, z. B. 6 und 6 und 5 und 3 ꝛc. werden hinzugefügt (addirt;)<br>oder<br>2. Eine und dieselbige Zahl wird mehrmal, z. B. 6 mal 8 ꝛc. hinzugefügt (multiplicirt;) |
| b) oder durch Verminderung der gegebenen Zahlen geschehen. | 3. Eine oder mehrere verschiedene Zahlen werden weggenommen, (subtrahirt;) z. B. 6 von 12 ꝛc.<br>oder<br>4. Eine und dieselbige Zahl wird mehrmahl weggenommen, (dividirt;) z. B. 6 in 48 ꝛc. |

Hier kommen wir also auf die — aus unserer Zählungs- und Zahlendarstellungs-Methode abgeleiteten Regeln für die Veränderung der Zahlen in gegebenen Verhältnissen (auf die 4 einfachen Rechnungs-Arten, Species,) und zwar

1.) mit unbenannten Zahlen; (da das Addiren mit benannten Zahlen nicht eher angefangen werden kann, als bis man das Dividiren versteht.)

### Additio.

(Das gewöhnliche Zeichen +).

§. 9.

Nur gleichartige Dinge können addirt werden; (nicht 3 Gänse und 3 Enten, es seye denn, daß man ei-

nen gemeinschaftlichen Namen aufsuchte, z. B. 6 Vögel, oder Stücke ꝛc.), man muß daher auch nur Einzer und Einzer, ferner Zehner und Zehner ꝛc. addiren und zu diesem Ende die Einzer gerade unter die Einzer und die Zehner gerade unter die Zehner ꝛc. schreiben.

| | |
|---|---|
| 5386<br>735<br>40<br>8 | die Summanden, d. h. die zusammen zu zählenden Zahlen; |
| 6169. | Die Summa, d. h. die Zahl, die alle gegebenen Zahlen in sich faßt. |

Man fängt hier bey den Einzern an und sagt: 8 und 5 und 6 Einzer = 19, daher kommt das 9 in die hinterste Reihe und der Zehner in die 2te Reihe.

8 und 4 und 3 Zehner nebst dem 1, den ich noch von den 19 Einzern übrig (im Sinne behalten) habe, = 16 Zehner; (160) daher kommen 6 Zehner in die 2te und die übrigen 10 Zehner = Ein Hundert — in die 3te Reihe.

7 und 3 Hundert nebst dem 1, das ich von der vorigen Reihe noch im Sinne habe, = 11 Hundert; (1100) daher kommt 1 Hundert in die 3te und die übrigen 10 Hundert = Ein Tausend — in die 4te Reihe.

5 Tausend nebst dem 1, das ich noch im Sinne habe, = 6 Tausend, welche in die 4te Reihe, wo die Tausender sind, gesetzt werden.

§. 10.

Will man wissen, ob man recht gerechnet habe, so kann man zur Probe, anstatt daß man erst alle Reihen Zahlen summirte, nun allemal 2 und 2 ꝛc. addiren, wo dann, wenn man beyde Summen zusammen nimmt, wiederum eine gleiche Haupt-Summa herauskommen muß, z. B.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| z. B. | 5386 | | 40 | 6121 |
| | 735 | und | 8 | 48 |
| | 6121 | | 48 | 6169. Haupt-Summa |

oder

oder man streicht von den Summanden so viel mal 9 weg, als man kann und merkt den Rest; verfährt man eben so bey der Summa, so muß hier ein gleicher Rest übrig bleiben, z. B.

```
 5386
  735   Rest = 4.
   40
    8
 ----
 6169.  Rest = 4.
```

## Subtractio.
### (Das gewöhnliche Zeichen —).

§. 11.

Was bey der Additio im Voraus bemerkt worden ist, gilt auch hier.

```
 ·⌒
21001 = Minuendus, d. h. die Zahl, wovon] abgezogen
 9785 = Subtrahendus, d. h. die Zahl, welche] werden soll.
-----
11216 = Differenz, oder Rest, d. h. die gefundene neue Zahl.
```

5 Einzer kann man nicht von 1 Einzer abziehen; allein wenn nur der Minuend größer ist, als der Subtrahend, so läßt sich leicht helfen, indem man 1 Zehner borgen kann. Da hier weder Zehner, noch Hunderter zu borgen sind, so nimmt man 1 Tausender, so daß statt 21 — nur noch 20 Tausend bleiben. Von diesem Tausend, oder von diesen 10 Hunderten kommen 9 Hundert in die 3te Reihe von hinten, 9 Zehner, oder Neunzig in die 2te Reihe, (so entstehen aus den 0, über welchen weggeborgt worden ist, jedesmal 9,) und von den übrigen 10 Einzern werden nun 5 Einzer abgezogen. Die 5 übrig gebliebenen Einzer machen mit dem schon vor dem Borgen dagewesenen 1 Einzer zusammen = 6 Einzer.

8 Zehner von 9 Zehnern bleibt 1 Zehner.

7 Hundert von 9 Hunderten bleiben 2 Hundert.

9 Tausend von 20 Tausend bleiben 11 Tausend. (daß 1 geborgt worden ist, wird durch . und bey 0 durch ⌒ bemerkt.)

§. 12.

§. 12.

Die Probe wird hier gemacht, indem man den Subtrahend und die Differenz addirt, wo der Minuend wieder herauskommen muß, z. B.

```
  21001.
   9785. }
  11216. }
  21001.
```

## Multiplicatio.

(Die gewöhnlichen Zeichen sind 24 × 8, oder 24. 8 ꝛc.)

§. 13.

1) 5876 = Multiplicandus, d. h. die Zahl, welche vervielfacht werden soll,
5 = Multiplicator, d. h. die Zahl, die angezeigt, wie vielmal ꝛc. } Factores.

29380 = Factum, oder Produkt, das Vielfache, die gefundene Zahl.

6 Einzer 5 mal giebt 30 Einzer und da diese gerade 3 Zehner machen, so kommt unter die Einzer 0.

7 Zehner 5 mal giebt 35 Zehner, dazu kommen die 3 Zehner, die man im Sinne behalten hat, zusammen 38 Zehner, von denen 8 in die 2te Reihe kommen, indem die 30 Zehmer, als 3 Hundert mit in die 3te Reihe gesetzt werden müssen.

8 Hundert 5 mal giebt 40 Hundert, dazu kommen noch die 3 Hundert von den 30 Zehnern her, zusammen 43 Hundert, wovon 3 Hundert in die 3te Reihe eingetragen, die andern 40 Hundert aber, als 4 Tausend in die 4te Reihe gesetzt werden müssen.

5 Tausend 5 mal giebt 25 Tausend und zählt man die 4 Tausende noch dazu, welche man aus der vorigen Reihe sich gemerkt hat, so kommen 29 Tausend heraus.

2)

2) 1724.
   132

3448
5172
1724

227568.

Da das 3 des Multiplicators unter den Zehnern steht, also 30 gilt und man folglich 30 mal 4 sagt, so können unmöglich 12 Einzer, sondern es müssen 120 Einzer, oder 12 Zehner herauskommen und das 2 gehört daher in die 2te Reihe. Da das 1 des Multiplicators in der 3ten Reihe Hundert gilt und man also 100 mal 4 = 400 sagt, so muß das 4 in die 3te Reihe kommen,

oder:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1724 | mit | 2 | multiplicirt | = | | 3448. |
| — | — | 30 | — | — | = | 51720. |
| — | — | 100 | — | — | = | 172400. |
| | | | | | | 227568. |

§. 14.

Die Probe wird hier durch Dividiren gemacht. Man vergleiche die folgenden Divisions-Beyspiele §. 15.

## Divisio.

(Die gewöhnlichen Zeichen : oder $\frac{1}{4}$, d. h. 1 soll zerschnitten werden, um 4 Theile daraus zu bekommen.)

§. 15.

Divisor. Dividendus.

a) 5)29380 | 5876 = Quotient, oder die zu findende Größe.

25...

43..
40..

38.
35.

30
30

00

Beym

Beym Theilen fängt man von vornen an, d. h. man greift nach den Tausenden eher, als nach den Einzern.

Da 2 kleiner, als der Divisor 5 ist, so nimmt man die folgende Zahl dazu und sagt: 5 theilen sich in 29 Tausend, bekommt jeder 5 Tausend auf seinen Theil und da die 5 Theile zusammen nur 25 Tausend betragen, so bleiben 4 Tausend übrig.

Diese 4 Tausend und die folgenden 3 Hundert, zusammen 43 Hundert, werden wieder in 5 getheilt, kommen 8 Hundert auf einen Theil und 3 Hundert bleiben übrig.

Diese 3 Hundert und 8 Zehner — zusammen 38 Zehner werden in 5 getheilt, bekommt jeder Theil 7 Zehner, oder siebenzig, und 3 Zehner oder 30 bleiben übrig.

Diese 30 und die folgenden 0 Einzer — zusammen 30 Einzer in 5 getheilt, kommt auf jeden 6, ohne daß etwas übrig bleibt.

```
b)  132) 2'27568 | 1724
         132...
         ------
          955..
          924..
          -----
           316.
           264.
           ----
            528
            528
            ---
```

132 sind in 227 nur 1 mal enthalten und 95 bleiben übrig; zu diesen kommt die folgende Zahl 5 = 955, in welcher Zahl 132 nicht nur 7 mal enthalten ist, sondern von der auch noch 31 übrig bleiben rc.

§. 16.

Die Probe wird hier durch die Multiplication gemacht, indem man den Divisor mit dem Quotienten multiplicirt, wie die Beyspiele §. 13. lehren.

## 2.) Mit benannten Zahlen.

### Additio.

§. 17.

Hat man fl. und kr.; so dürfen nie mehr als 59 kr. gesetzt werden,

| | |
|---|---|
| Da 60 kr. = 1 fl.<br>120 — = 2 —<br>180 — = 3 —<br>240 — = 4 — rc. | Man dividirt mit 60, oder wenn man 0 gleich unter die hinterste Reihe setzt, nur mit 6 z. B. |

6) 548. kr. | 9 fl. 8 kr.
0

1 Ctr. hat 100 ℔; 1 ℔ = 32 Loth; 1 Loth = 4 Quentl.
1 Fuder hat 12 Eym.; 1 Eym. = 72 Schenkmaß. (64 große Maß, deren 8 = 1 Kübel.)
1 Mltr. hat 8 Metz; 1 Metzen = 16 Dreylinge rc.

| 1) fl. rhnl. Kr. | 2) Ctr. ℔. L. | 3) Fdr. Ey. M. | 4) Mlt. Mtz. Drl. |
|---|---|---|---|
| 124. 27. | 12. 79. 13. | 17. 10. 58. | 15. 3. 13. |
| 819. 48. | 879. 84. 15. | 134. 8. 12. | 138. 7. 5. |
| 1727. 12. | 58. —. 24. | —. 11. 36. | 94. —. 15. |
| 18. 15. | —. 39. 31. | 80. 6. —. | 248. 4. 1. |
| 2689. 42. | 951. 4. 19. | 234. —. 34. | |

### Subtractio.

§. 18.

| a) fl. kr. | b) fl. kr. | c) Ctr. ℔. Loth. |
|---|---|---|
| 300. —. | 150. 36. | 18. —. 4. |
| 148. 36. | 79. 48. | 17. 64. 12. |
| 151. 24. | 70. 48. | —. 35. 24. |

Bey a) wo 36 kr. ausgegeben werden sollen, ohne daß kr. da sind, läßt man 1 fl. wechseln, wo man bey 36 kr. Schuld noch 24 kr. heraus bekommt.

Bey b) wo nur 36 kr. da sind, aber 48 kr. ausgegeben werden sollen, läßt man ebenfalls 1 fl. wechseln

seln = 60 kr. Davon 48 kr. abgezogen, bleiben 12 kr. und legt man diese zu den 36 kr., die man vor dem Wechseln schon hatte, so kommen 48 kr. heraus.

c) Soll der Metzger, der nur 4 Loth Fleisch hat, 12 Loth weggeben, so ist das unmöglich; hat er aber noch größere Stücken, so kann er davon herunterhacken. Von 1 Stück à 100 ℔ = 12 Loth abgeschnitten, bleiben 99 ℔ und 20 Loth, außerdem
waren noch 4 — da, also
24 Loth ꝛc.

## Multiplicatio.

§. 19.

Jede Person zahlt = 7 fl. 48 kr.
der Personen sind = 8

| | |
|---|---|
| 7 fl. | und 48 kr. |
| 8 | 8 |
| 56 fl. | 60) 38 \| 4 kr. |
| 6 - 24 kr. | 36 \| 0 \| 6 fl. |
| 62 fl. 24 kr. | 24. |

## Divisio.

§. 20.

8 Personen bezahlen zusammen 62 fl. 24 kr., wieviel kommt auf 1 Person?

| | |
|---|---|
| 8) 62 \| 7 fl. | 360 kr. |
| 56 | 24 — |
| 6 übrig | 8) 384 \| 48 kr. |
| × 60 | 32 |
| 360 kr. | 64 |
| | 64 |

## 3.) Mit Brüchen, (Fractionen.)

§. 21.

Ist bey Personen, die sich in gewisse Stücke theilen wollen, die Anzahl derselben größer, als die Anzahl

der zu theilenden Stücke; so kann auf die Person natürlicher Weise kein ganzes Stück, sondern nur ein Theil von einem Ganzen kommen. Z. B. 4 Personen theilen sich in einen Kuchen, so bekommt jede $\frac{1}{4}$ vom Kuchen.

($\frac{1}{4}$ = wird geschnitten in
= Theile.)

§. 22.

Der Divisor, die Zahl, in welche getheilt werden soll, heißt der Nenner, (giebt den Namen her, ob es Viertel, Achtel, Zehntel ꝛc. seyn sollen,) und die Zahl, welche getheilt werden soll, ist der Zähler (zählt, wie viele Viertel ꝛc. auf die Person kommen).

Z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{23}{35}$, $\frac{10}{135}$ = Zähler. = Nenner.

§. 23.

Ist die Anzahl der Zähler dem Nenner gleich, so hat man ein Ganzes, z. B. $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{9}{9}$, $\frac{27}{27}$, $\frac{43}{43}$, $\frac{64}{64}$, $\frac{172}{172}$ ꝛc.

Ist der Zähler kleiner, als der Nenner, so heißt man dieß einen gemeinen, oder ächten Bruch, z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{13}$ ꝛc.; ist aber der Zähler größer, als der Nenner, d. h. stecken in demselbigen Ganze, so ist dieß ein unächter Bruch, z. B. $\frac{7}{4}$, $\frac{23}{9}$, $\frac{75}{12}$ ꝛc.

## Additio.

§. 24.

Sind die Nenner gleich, so verfährt man bey gebrochenen Zahlen, wie bey den ganzen, $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{4}$ = $\frac{4}{4}$ oder 1 Ganzes.

Haben aber die Brüche ungleiche Nenner, so kann man, da nur gleichartige Dinge addirt werden können, diese nicht eher addiren, als bis man sie unter gleiche Benennung gebracht hat. $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ sind eben so wenig 2 Halbe, als 2 Drittel, und aus dem Halben lassen sich eben so wenig Drittel, wie aus dem Drittel Halbe ma-

chen; allein wenn man die Nenner multiplizirt und auf diese Weise aus den Halben, so wie aus den Dritteln Sechstheile macht; so bekommt man

$$\begin{array}{r} \text{statt } \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \\ \text{statt } \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \\ \hline \text{Summa } = \frac{5}{6}. \end{array}$$

Haupt-Nenner

$6 \times 8 = 48.$

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | 24. | 24. |
| $\frac{2}{3}$ | 16. | 32. |
| $\frac{3}{4}$ | 12. | 36. |
| $\frac{4}{6}$ | 8. | 32. |
| $\frac{5}{8}$ | 6. | 30. |
| | | $\frac{154}{48}$. |

Dividire ich mit dem Nenner der ersten Reihe in den Haupt-Nenner, so finde ich z. B. wieviel $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{8}$ = 48 Theile betragen und diese gefundene Zahl kommt in die 2te Reihe, wie 24, 16, 12, 8 und 6 zeigen.

(Die kleinern Nenner, die sich in einen größern — ohne Rest — dividiren lassen, braucht man, um den allgemeinen Haupt- oder General-Nenner zu suchen, gar nicht mit zu multipliciren.)

$$\begin{array}{r|l} 48)\ 154 & 3 \text{ Ganze und } \frac{5}{24}. \\ 144 & \\ \hline 10 & \end{array}$$

$\frac{1}{3}$ ist also = $\frac{16}{48}$ und $\frac{2}{3}$ = $\frac{32}{48}$
$\frac{1}{4}$ " " = $\frac{12}{48}$ und $\frac{3}{4}$ = $\frac{36}{48}$
$\frac{1}{6}$ " " = $\frac{8}{48}$ und $\frac{4}{6}$ = $\frac{32}{48}$
$\frac{1}{8}$ " " = $\frac{6}{48}$ und $\frac{5}{8}$ = $\frac{30}{48}$
} in der 3ten Reihe.

Einen Bruch bringt man auf seine kleinste Benennung — hebt man, — indem man den Zähler und den Nenner mit einem und demselben Divisor theilt, z. B. $\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$.

Endigen sich Zähler und Nenner auf 0 oder 5, so theilt man mit 5.]

(Prim-Zahlen, welche ausser sich selbst und 1 keinen Theiler haben, z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 27, 29, 31 ꝛc. Zusammengesetzte, deren

deren Factoren Primzahlen sind; z. B. $30 = 2 \times 3 = 6$ und $6 \times 5 = 30$.)

## Subtractio.

§. 25.

Ungleiche Nenner müssen auch hier unter einen Haupt-Nenner gebracht werden, z. B.

1) $13\frac{1}{5} =$ | 20 ‿ 4 | 4.  $\frac{15}{20}$ von $\frac{20}{20} = 5$ | 20.
$9\frac{3}{4} =$ | 5 | 15.  $+ 4$
3 und $\frac{9}{20}$.  $\frac{9}{20}$.

2) $3\frac{\frac{3}{4}}{7} = \frac{3}{28} =$ | 560 ‿ 20. | 60.
$1\frac{\frac{1}{4}}{5} = \frac{1}{20} =$ | 28. | 28.
2 und | $\frac{32}{560}$ oder $\frac{2}{35}$.

Doppelte Brüche $\frac{3}{4}$ in 7 getheilt, oder $\frac{1}{7}$ von $\frac{3}{4}$ verwandelt man in einfache Brüche, indem man die Nenner multiplizirt $= \frac{3}{28}$.

## Multiplicatio.

§. 26.

Sind beyde Faktoren Brüche, so werden die Zähler mit den Zählern und die Nenner mit den Nennern multiplizirt; ist aber der eine von den Faktoren eine ganze Zahl, so macht man aus dieser einen unächten Bruch, um dann wie im ersten Falle verfahren zu können, z. B.

1) Was kosten $\frac{2}{3}$ ℔, das Pfund à $\frac{4}{5}$ fl.?

| | |
|---|---|
| 3 | 2 |
| | 4 |
| 5 | |
| 15 | 8 |

$= \frac{8}{15}$ fl.

2) 16 Personen, jede à $\frac{5}{8}$ fl.?

| | | |
|---|---|---|
| | 16 | |
| 1 | | |
| | 5 | |
| 8 | | |
| 8 | 80 | 10 fl. |

3) $\frac{1}{3}$ Elle, die Elle à $5\frac{7}{8}$ fl.?

| | | |
|---|---|---|
| | 1 | |
| 3 | | |
| | 47 | |
| 8 | | |
| 24 | 47 | $1\frac{23}{24}$ fl. |

4) Von

4) Von $3\frac{1}{2}$ Ackern die Hälfte, davon wieder $\frac{1}{4}$ und von diesem Theile die Hälfte — was für Theile bekommt man da?

| | |
|---|---|
| | 7 |
| 2 | |
| | 1 |
| 2 | |
| | 1 |
| 4 | |
| | 1 |
| 2 | |
| 32 | 7 |

=

$\frac{7}{32}$ Acker.

Beweiß auf eine mühevollere Weise:

$3\frac{1}{2}$ Acker Halber $=$ $1\frac{3}{4}$ Acker;

$1\frac{3}{4}$ " in 4 getheilt $=$ $\frac{7}{16}$ " ;

$\frac{1}{16}$ " zur Hälfte $=$ $\frac{7}{32}$ " ;

## Divisio.

### §. 27.

Hier wird ganz, wie beym Multipliziren §. 26. verfahren, nur muß der Zähler des Divisors unter den Nenner des Divisors gesetzt werden, rc. v. v.

1) Wieviele ℔. bekomme ich für $\frac{8}{15}$ fl., das ℔. à $\frac{4}{5}$ fl.?

| | |
|---|---|
| | 8 |
| 15 | |
| | 5 |
| 4 | |
| 60 | 40 |

=

$\frac{2}{3}$ ℔.

2) Wieviele Personen zahlen 10 fl., die Person à $\frac{5}{8}$ fl.?

| | |
|---|---|
| | 10 |
| 1 | |
| | 8 |
| 5 | |
| 5 | 80 |

16 Personen.

3) Wieviel Ellen für $1\frac{23}{24}$ fl., die Elle à $5\frac{7}{8}$ fl.?

| | |
|---|---|
| | 47 |
| 24 | |
| | 8 |
| 47 | |
| 3 | 1 |

=

$\frac{1}{3}$ Elle.

(Man vergleiche die Beyspiele §. 26.)

## 4.) Mit Decimal-Brüchen.

### §. 28.

5 in 8 Theile getheilt, kommt auf jeden Theil $\frac{5}{8}$ und will man statt dieses gemeinen Bruches einen Decimal-Bruch haben; so hängt man an den Zähler eine 0 und dividirt mit dem Nenner und fährt mit dem Anhängen einer

einer 0 und dem Dividiren so lange fort, als möglich ist, oder als man will, z. B.

1) $\frac{5}{8} = 8)50 \mid 0,625.$ $\frac{5}{8} =$ 0 Ganzes und $\frac{625}{1000}$ oder $\frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$.

```
48
--
 20
 16
 --
  40
```

2) $\frac{8}{9} = 9)80 \mid 0,8888$ oder $\frac{8888}{10000}$

```
72
--
 80
 72
 --
  80
  72
  --
   80
   72
   --
    8
```

und so würde das Anhängen der Nullen ins Unendliche fortgehen, da hier eine Irrational-Zahl ist, die sich nie ganz heben läßt.

$0,75 = \frac{75}{100}$. $3,125 = 3\frac{125}{1000}$. $5,8307 = 5\frac{8307}{10000}$.

Bey Steuer-Lehn-Büchern ꝛc. ist es große Erleichterung, wenn statt gemeiner Brüche Decimal-Brüche gemacht werden; denn wenn z. B. beym Addiren der gemeinen Brüche von verschiedenen Nennern erst mühsam ein General-Nenner gesucht werden muß, so ist hier Alles sehr leicht, indem $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000} = \frac{1000}{10000}$ u. s. w.

## Additio.

§. 29.

| kr. | oder noch sicherer: kr. |
|---|---|
| 24, | 24,0000. |
| 7,1 | 7,1000. |
| 5,27 | 5,2700. |
| 3,367 | 3,3670. |
| 1,4563. | 1,4563. |
| 41,1933. | 41,1933. |

Also 41 und nicht gar $\frac{2}{10}$ kr.

Sub-

## Subtractio. §. 30.

| | |
|---|---|
| 17,1<br>9,763<br>———<br>7,337. | oder eigentlich = 17,100.<br>9,763.<br>———<br>7,337. |

## Multiplicatio. §. 31.

Man schneidet soviele Zahlen ab, als die 2 Factoren Decimal-Ziffern zusammen haben.

| | | |
|---|---|---|
| 1) 3,373.<br>3<br>———<br>10,119. | oder sicherer = 3,373.<br>3,000.<br>———<br>10,119 ØØØ. | |
| 2) 5,1<br>3,275<br>———<br>3 275<br>16 3 75<br>———<br>16,7 025. | oder = 5,100<br>3,275<br>———<br>25 500<br>357 00<br>1 020 0<br>15 300<br>———<br>16,702 5ØØ | |
| 3) 9,3<br>0,573<br>———<br>1719<br>5157<br>———<br>5,3289 | oder = 9,300<br>0,573<br>———<br>27 900<br>651 00<br>4 650 0<br>———<br>5,328 9ØØ | Probe: fl? $9\frac{3}{10}$ Stücke.<br>Stück 1 $\frac{573}{1000}$ fl.<br>10 \| 93<br>1000 \| 573<br>1719<br>10000 \| $\frac{5157}{53289}$ \| $5\frac{3289}{10000}$.<br>0000 |
| 4) 0,5<br>0,755<br>———<br>0,3 775 | oder 0,500<br>0,755<br>———<br>2 500<br>25 00<br>0,350 0<br>———<br>0,377 5ØØ. | |
| 5) 32,225.<br>0,040<br>———<br>1,289 ØØØ | Probe: fl? $32\frac{225}{1000}$ Stück<br>Stück 1 $\frac{40}{1000}$ fl.<br>1000 \| 32225<br>1000 \| 40<br>———<br>1000000 \| 1,289000 \| 1 | |

## Divisio.

### §. 32.

1) 3)10,119. | 3,373. oder 3,000)10,119000 | 3,373.
000

Man schneidet soviele Ziffern ab, als im Divisor Decimal-Stellen sind. Beyde Factoren, der Divisor und Quotient, haben soviele zusammen, als der Dividend — das Produkt aus beyden — allein hatte.

2) 5,1)16,7025 | --- oder 5,10)16,7025 | $3,27\frac{255}{510}$
153 0
1 40
1 02
382
357
255

(5,10) 2550 | $\frac{5}{1000}$ mehr.
2550
0 ) Also = 3,275.

3) 9,3)5,3289 | -- oder 9,30)5,3289 | $0,57\frac{279}{930}$.
4 65 0
678
651
279

(9,30)2790 | $\frac{3}{1000}$ mehr,
2790
0 ) Also = 0,573.

4) 0,50)0,3775 | $0,75\frac{25}{50}$ = 0,755.
35 0
27
25
25

5) 0,04)1,289 | --- oder 0,040)1,289000 | 32,225.
0

# III. Theil.

## (Regula de Tri etc.)

§. 33.

Vergleicht man Zahlen mit einander, um zu untersuchen, wie die eine aus der andern entstanden ist; so sucht man das Verhältniß zweyer Größen anzugeben. Es giebt 2 Arten, wie eine Größe aus der andern erzeugt werden kann:

1. arithmetisches Verhältniß, wenn die nachfolgende Größe oder Zahl aus der vorhergehenden so entstanden ist, daß zu dieser eine gewisse Größe addirt, oder davon subtrahirt worden ist. (Unterschied, um wieviel die eine größer, oder kleiner, als die andere ist.) Z. B.

7 — 9. (+ 2)
8 — 14.
14 — 8. (+ 4).

(Die Zahl, um wieviel die andere größer, oder kleiner geworden ist, ist der Name des Verhältnißes.)

2. geometrisches Verhältniß, wenn die nachfolgende Zahl aus der vorhergehenden durch Multiplikation, oder Division entstanden ist. (Unterschied, wie oft die eine größer, oder kleiner, als die andre ist.) Z. B. 4 : 12
18 : 6 (3)

(Die Zahl, welche angiebt, wie oft die andere durch Multiplication größer, oder durch Division kleiner geworden ist, heißt der Exponent des Verhältnisses.)

(Eine Reihe von Zahlen, von denen jede ein gleiches Verhältniß zur nachfolgenden hat,

=arithmetische } Progression; z. B. { 1, 3, 5, 7, 9, 11 ꝛc.
oder= geometrische } { 1, 2, 4, 8, 16, 32 ꝛc.)

§. 34.

Zwey gleiche Verhältniße geben eine Proportion; (also immer 4 Glieder.)

In

In einer arithmetischen Proportion ist die Summa der 2 äussern Glieder = der Summa der beyden innern und das fehlende 4te Glied findet man, wenn man z. B. das 2te und 3te addirt, und das 1te subtrahirt:

7 — 13 = 12 — 18 | 7 — 13 = 12 — ?
25. | 25.
25. | — 7
 | 18. also das fehlende Glied.

In einer geometrischen Proportion ist das Produkt der 2 äussern Glieder = dem Produkte der beyden innern und das fehlende 4te Glied findet man, wenn man z. B. das 2te und 3te multiplicirt und mit dem 1ten dividirt:

8 : 12 = 24 : 36 | 8 : 12 = 24 : ?
288. | 8) 288 | 36. also das fehlende Glied.
288. |

8 ist um $\frac{1}{3}$ kleiner, als 12; eben so 24 um $\frac{1}{3}$ kleiner, als 36.

8 steckt in 24 = 3 mal, und 12 in 36 ebenfalls 3 mal.

Auf die geometrische Proportion einzig und allein gründet sich die Regula de tri; (oder Lehre von 3 Sätzen, zu denen man den 4ten erst suchen muß.)

a) Will man z. B. wissen, was 9 Mltr Roggen kosten, wenn 1 Mltr um 7 fl. kommt, so macht man den Ansatz gewöhnlich:

1 : 7 = 9 : ? (d. h. 1 verhält sich zu 7, wie 9 zu der zu findenden Zahl.)
1) 63 | 63 fl.

Da die Gulden, die 1 Mltr kostet, 7mal soviel betragen; so muß auch der Werth von 9 Mltrn 7mal so groß seyn, als die Zahl von Mltrn (7 × 9 = 63); oder

da 9 Mltr 9mal soviel betragen, als 1 Mltr; so muß auch der Preis von 7 fl. 9mal genommen werden = 63.

b) Was kosten 25 ℔, wenn 1 Ctr. 40 fl. kostet?

| | Ctr. | | fl. | | ℔. | | fl. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Machte man den Ansatz also | 1 | : | 40 | = | 25 | : | ? |

so würden 25 ℔ mehr kosten, als 1 Ctr.; daher die Regel: hat man Ctr. und ℔, so müssen die Ctner auch in ℔, hat man Fuder, Eymer und Maase, so müssen die Fuder und Eymer auch in Maase, hat man ganze Zahlen und gebrochene z. B. Viertel; so müssen die ganzen Zahlen auch in lauter Viertel verwandelt werden ꝛc.

| | ℔ | | fl. | | ℔ | | ? |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nun heißt der Ansatz | 100 | : | 40 | = | 25 | : | fl. |

100) 1000 | 10 fl.

Da 25 ℔ nur $\frac{1}{4}$ von 100 ℔ sind, so können sie auch nur den 4ten Theil von 40 fl., d. h. 10 fl. kosten; oder 100. (℔) ist um $\frac{3}{5}$ größer, als 40 (fl.); folglich müssen 25 (℔) auch um $\frac{3}{5}$ größer seyn, als die Anzahl von Gulden, die sie kosten.

5 × 5 = 25.
3 × 5 = 15.
10 fl.

c) 1 Ctr : 24 fl. = 5 Loth : kr?
100 ℔ 60 kr.
100 ℔ 1440 kr.
32 L. 5 × (3tes Glied.)
3200 Loth) 7200 | $2\frac{1}{4}$ kr.
64
8

d) Wie

d) Wie viel kostet 1 Ctr, wenn 5 Loth $2\frac{1}{4}$ kr. kosten?

5 L. : $2\frac{1}{4}$ kr. = 1 Ctr : fl?
$\frac{9}{4}$ kr. 100
100 ℔
32
3200 Loth.
9
5) 28800 | 5760 kr. | 4) 5760 | 1440 kr.
~~330~~ 4 ~~770~~
6~~0~~) 144~~0~~ | 24 fl.
2

§. 36.

Einen großen Vorzug hat der Ansatz nach Reesischer Manier. (Rees, ein gebohrner Wirtemberger, starb im Jahre 1807.)

1) Hier fängt man, wie es die Natur der Sache mit sich bringt, mit der Frage an: Wieviel ꝛc.?

2) Das 2te und 3te Glied, welche mit einander multiplizirt werden müssen, kommen sogleich unter einander zu stehen.

3) Man kann hier leicht heben, d. h. wenn es gut thut, die Zahl rechts und die Zahl links mit einem gleichen Divisior kleiner machen, wodurch das beschwerliche Multipliziren und Dividiren vermieden wird. Wozu braucht man z. B. 36 mit 24 zu multipliziren, wenn das Produkt am Ende wieder mit 24 dividirt werden soll? Man streicht daher links den Divisor = 24 und rechts den Multiplicator = 24 gegen einander aus, so ist 36 die gesuchte Zahl.

Bleibt links = 1, so hat man rechts sogleich das Facit.

Bleibt rechts und links eine und dieselbe Zahl, so ist der Quotient = 1.

4) Die

4) Die Zahlen-Benennung, welche rechts steht, muß jedesmal auf der linken Seite noch einmal wiederholt werden; stand z. B. rechts ℔, so muß auf der linken Seite noch einmal ℔ kommen, waren rechts $\frac{3}{5}$ angegeben, so muß folgen $\frac{5}{5} = 1$ ꝛc. und war die Frage: Wieviele kr ꝛc.? so muß sich die letzte Zeile ebenfalls mit Krzrn. endigen.

Hier kann Nichts vergessen werden, die Ctr. müssen, wenn Loth da sind, in ℔ und diese in Loth verwandelt werden, und kommt jeder Satz 2mal, einmal rechts und einmal links vor, — hängt Alles, wie eine Kette zusammen, woher der Name: Kettensatz kommt; — so ist dieß ein Beweiß, daß der Ansatz richtig ist. Z. B.

a)

| | |
|---|---|
| fl? | 9 Mltr. |
| Mltr. 1 | 7 fl. |
| | 63 fl. |

b)

| | |
|---|---|
| fl? | ~~25~~ ℔ 5 |
| ~~2~~ (℔ ~~100~~ | ~~1~~ Ctr. |
| Ctr. ~~1~~ | ~~40~~ fl. 2 |
| | 10 fl. |

c)

| | |
|---|---|
| kr.? | ~~5~~ Loth, |
| (L. ~~32~~ | 1 ℔) |
| 4 | |
| (℔ ~~100~~ | 1 Ctr.) |
| ~~2~~ | |
| Ctr. 1 | ~~24~~ fl. |
| | 3 |
| fl. 1 | ~~60~~ kr. |
| | 3 |
| 4 | 9 \| $2\frac{1}{4}$ kr. |

d)

| | |
|---|---|
| Wieviel kr.? | auf 1 Tag, |
| da auf ~~365~~ Tag | ~~73~~ fl. |
| (und fl. 1 | ~~60~~ kr. |
| ~~73~~ | 12 kr. |

Anmerk. zu d) 365 dividirt mit 5 = 73.
60 dividirt mit 5 = 12. Da links und rechts 73 steht, so werden diese Zahlen gegen einander ausgestrichen und die übrige Zahl = 12 zeigt an, wieviele kr. auf 1. Tag kommen.

e) fl.?

e)

| | |
|---|---|
| fl. ? | $7\frac{3}{4}$ ℔ |
| Ctr. $\frac{1}{3}$ | 37 fl. |

Dieser Ansatz sieht nach dem Einschalten der nöthigen Zwischensätze also aus:

| | |
|---|---|
| fl. ? | $7\frac{3}{4}$ ℔ = $\frac{31}{4}$ |
| (4/4 | 1 Ganzes) |
| (℔ 100 | 1 Ctr.) |
| (Ganzes 1 | 3/3) |
| Ctr. 1/3 | 37 fl. |
| 4\|00. | 34\|41\| $8\frac{241}{400}$ fl. <br> 2\|41 |

Was rechts und links gleich ist, wird sogleich gestrichen, der Rest multiplicirt.

$\frac{241}{400}$. = 241
60
400) 14460 | $36\frac{3}{20}$ kr.
2 00

(31 ×
3
93 ×
37
651
279
3441.)

## I.) Reduktion.

§. 37.

Vergleichung verschiedener Gemäße, Ellen, Gewichte, Münzsorten und Verwandlung der einen Gattung derselben in eine andere; z. B.

1) Ein Bäcker brauchte alljährlich 36 Klafter Holz nach Wassergemäß à 36 □ Fuß; nun will er einmal Holz im Walde kaufen, wo 1 Klafter nur 25 □ Schuhe hält. Wie viele Wald-Klafter braucht er, um wieder eben so viel zu haben, wie vorher, vorausgesetzt jedoch, daß die Länge des Holzes immer gleich ist?

| | |
|---|---|
| Waldkl. ? | 36 Wasserkl. |
| (Wass. 1 | 36 □′.) |
| □′ 25 | 1 Waldkl. |
| | 216 |
| | 108 |
| 25 | 1296 \| $51\frac{21}{25}$ Waldkl. |

Probe.

| | |
|---|---|
| Wasserkl. ? | $51\frac{21}{25}$ Waldkl. |
| Waldkl. 1 | 25 □′ |
| □′ 36 | 1 Wasserkl. |
| 36 | 1296 <br> 108 <br> 216 <br> 216 <br> 0 \| 36 Wasserkl. |

Ellen.

| Ellen. | Centner. | Fuder. |
|---|---|---|
| Würzburg. | | Eym. Schweinf. |
| 2. = 1 Pariser Stab | 1 Nürnberg. } à 100 Pf. Nürnb. | 1 Bamb. = $13\frac{50}{64}$. |
| 7. = 6 Brabanter Ellen | Schweinf. } | 1 Wertheim = $13\frac{18}{64}$. |
| 7 do. { = 6 Baier. do. | 1 metr. à 100 Kil. = 196 Pf. do. | 1 Euerheim = $12\frac{42}{64}$. |
| 7 do. { = 8 Schweinf. | (1 Kilogr. = 1 Pf. $30\frac{3}{4}$ L. do. | 1 Gochsheim = $12\frac{24}{64}$. |
| 9. = 8 Bamberger. | 1 Oestreich. oder | 1 Volkach, |
| 9 do. = 10 Schweinf. | Baierischer = 90 Pf. do. | Euerdorf, |
| 11. = 10 Nürnberger. | 1 Würzburg. | Niederwehrn = $11\frac{40}{64}$. |
| 13 do. = 14 Schwnf. | Frohngew. = 100 Pf. do. | 1 Mainberg, |
| 48. = 47 Schweinfurter. | Krämerg. = $106\frac{3}{4}$ Pf. do. | Schonungen = $11\frac{5}{64}$. |

| | | |
|---|---|---|
| 2) 7 Bamberger Ellen kosten 49 fl., wie hoch kommt die Elle in Schweinfurt? | fl.? | 1 Elle Schweinf. |
| | Sch. 47 | 48 „ Würzb. |
| | Wrzb. 9 | 8 „ Bamb. |
| | Bmb. 7 | 49 fl. |
| | 2961 | 18816 \| 6 fl. 21 kr. u. $\frac{13}{47}$. |

| | | |
|---|---|---|
| 3) Was kostet 1 ℔. in Schweinfurt, wenn 1 metrischer Centn. = 97 fl.? | kr.? | 1 ℔. Schweinf. |
| | Schw. ℔. 196 | 1 metr. Cntr. |
| | metr. Cntr. 1 | 97 fl. |
| | fl. 1 | 60 kr. |
| | 98 | 2910 \| 29 fl. $\frac{34}{49}$ kr. |

| | | |
|---|---|---|
| 4) Was kostet 1 Schweinfurter Eymer, wenn 1 Eymer in Mainberg um 12 fl. rhl. gekauft wurde? | fl.? | 1 Schweinf. Eym. |
| | S. Ey. $11\frac{5}{64}$ | 12 Eymer Mainbg. |
| | M. Ey. 1 | 12 fl. rhl. |
| | 709 | 9216 \| 12 fl $59\frac{649}{709}$ kr. |

## Cassier - Rechnung.

### Münzen - Verhältnisse:

§. 38.

1 Severin = 16 fl. rhnl.

1 Guinee (= 21 Schilling, 1 Schilling = 12 Pfennige) = $11\frac{4}{5}$ fl. rhnl.

1 ℔.

1 ℔. Sterling — (eingebildete Münze = 20 Schillinge) = $11\frac{1}{4}$ fl. rhnl.

1 Carolin = 11 fl. rhnl.

1 Louisd'or = 9 fl. rhnl.

1 Maxd'or = $7\frac{1}{3}$ fl. rhnl.

1 Ducate = $5\frac{2}{5}$ fl. rhnl.

1 ℔. Vlämisch courant (= 20 Schillinge, 1 Schilling = 12 Groot) = 5 fl. $55\frac{1}{4}$ kr.

1 Thler Lübisch = 3 Mark, (1 Mark = 16 Schillinge, 1 Schilling = 12 Pfennige) = 8 Schillinge Vlämisch.

1 Laubthaler, Neuer Thlr. = $2\frac{3}{4}$ fl. rhnl. oder 6 Livres, (1 Livre = 20 Sols, 1 Sol = 12 Deniers) 81 Livres = 80 Francs, (1 Franc = 10 Decimes oder 100 Centimes.)

1 Thaler holländisch courant = 3 fl. rhnl.

1 Sächsischer Thaler = $1\frac{4}{5}$ fl. rhnl. (2 gute Groschen = 3 Mariengroschen oder 9 kr.)

1 Reichsthaler = $1\frac{1}{2}$ fl. rhnl.

1 Wiener-Kaiser-Conventions-Gulden = $1\frac{1}{5}$ fl. rhnl.

1 Rubel = $47\frac{1}{2}$ Stüber und 1 Stüber = 3 kr. u. s. w.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1) Rthlr. ? | 732 fl. rhnl. | oder | 732 fl. rhl. | $\frac{1}{3}$ als der Quotient abgezogen. |
| rhnl. fl. 3 | 2 Rthlr. | kürzer: | 3) 244 — | |
| 3 | 1464 \| 488 Rthlr | | 488 Rthlr | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2) fl. rhl. ? | $371\frac{1}{3}$ Rthlr. | oder | $371\frac{1}{3}$ Rth. | Der Quotient, die Hälfte des Ganzen wird addirt. |
| Rthlr. 2 | 3 fl. rhl. | kürzer: | 2) $185\frac{2}{3}$ — | |
| 2 | 1114 \| 557 fl. rhl | | 557 fl. rhl. | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3) Lbthl. ? | 734 fl. rhl. | Probe. fl. ? | $266\frac{10}{11}$ Lbthlr. |
| rhl. fl. 11 | 4 Lbthlr. | Lbt. 4 | 11 fl. rhnl. |
| 11 | 2936 \| $266\frac{10}{11}$ Lbt. | 4 | 2936 \| 734 fl. rhl. |



4) Ru-

| | | |
|---|---|---|
| 4) Rubel? | 1238 Francs, | |
| Fr. 80 | 81 Livres, | |
| Livr. 6 | 1 Lbthl. | |
| Lbthl. 4 | 11 fl. | |
| fl. 1 | 60 kr. | |
| kr. 3 | 1 Stüber, | |
| Stüb. $47\frac{1}{2}$ | 1 Rubel. | |
| 2280 | 551529 | $241\frac{2049}{2280}$ Rubel. ($\frac{683}{760}$) |

Probe:

| | | |
|---|---|---|
| Francs? | $241\frac{2049}{2280}$ Rubel, | |
| Rubel 1 | $47\frac{1}{2}$ Stüber, | |
| Stüb. 1 | 3 kr. | |
| kr. 60 | 1 fl., | |
| fl. 11 | 4 Lbthl., | |
| Lbthl. 1 | 6 Livres, | |
| Livr. 81 | 80 Francs. | |
| 3762 | 4657356 | 1238 Francs. |

## Wechsel-Rechnung.

§. 39.

Wie bey einem Preiscourant 2 Verhältniß-Zahlen sind, z. B. 1 Ctr. (die unveränderliche Valuta) zu 20 oder 30 fl. (die veränderliche Valuta;) so findet man sie auch bey den Wechseln. Die beständige Valuta — eine gewisse Quantität Geldes, die als bekannt vorausgesetzt und also oft gar nicht angegeben wird — hat oft einen veränderten Preis, welcher in den Cours-Zetteln angezeigt wird.

Cours von und auf Frankfurt a/M.

1 Neuer Thaler nach 24 fl. Fuß á $2\frac{3}{4}$ fl. hat nach dem 20 fl. Fuß = 2 fl. $17\frac{1}{2}$ kr. wird aber in Frkf. angenommen = 2 fl. 18 kr. also

1 Neuer Thaler = 165 kr. rhnl. : 138 kr. Wechselgeld; oder = 55 : 46.

1) fl.

| | | |
|---|---|---|
| 1) | fl. rhnl.? | 3232 fl. Frkf. Wechsel-Geld |
| | fl. Fr. W. 46 | 55 fl. rhnl. |
| | 46 | 177760 \| $3864\frac{8}{23}$ fl. rhnl. (fl. $\frac{8}{23} = 20\frac{20}{23}$ kr.) |

| | | |
|---|---|---|
| Probe: | fl. Frkf. W.? | $3864\frac{8}{23}$ fl. rhnl. |
| | rhnl. 55 | 46 Frkf. W. |
| | 11 | 35552 \| 3232 fl. Frkf. W. |

Cours von Augsburg.

Das Verhältniß des Conventions-Geldes oder Augsb. Courantes zu rhnl. Gulden = 5 : 6.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2) fl. rhl.? | 348 fl. A. C. | oder noch | 348 A. C. | $\frac{1}{5}$ = Quotient addt. |
| A. C. 5 | 6 rhnl. | kürzer: | 5) $69\frac{3}{5}$ | |
| 5 | 2088 \| $417\frac{3}{5}$ fl. rhl. | | $417\frac{3}{5}$ fl. rhnl. | |

Cours von Wien auf Augsburg.

1260 fl. Wiener-Banknoten standen im Jahr 1810. = 100 fl. klingender Münze in Augsburg.

| | | |
|---|---|---|
| 3) | fl. M. fl.? | 100 fl. Banknoten, |
| | BN. 1260 | 100 fl. in klingender Münze. |
| | 63 | 500 \| $7\frac{59}{63}$ fl. in Augsb. |
| | | 441 |
| | | 59 |

| | | |
|---|---|---|
| 4) | fl. M. kr.? | 1 fl. in Banknoten, |
| | BN. fl. 1260 | 100 fl. in kling. Münze, |
| | fl. 1 | 60 kr. |
| | 21 | 100 \| $4\frac{16}{21}$ kr. in Augsb. |

| | | |
|---|---|---|
| 5) | B. N. fl.? | 875 fl. Conv. |
| | Conv. fl. 100 | 1260 fl. in Papier. |
| | | 11025 fl. in Banknoten. |

| | | |
|---|---|---|
| 6) | rhnl. fl.? | 500 fl. Banknoten, |
| | BN. fl. 1260 | 100 fl. Augsb. |
| | Augsb. 5 | 6 rhnl. |
| | 21 | 1000 \| $47\frac{13}{21}$ fl. rhnl. |
| | | 84 |
| | | 160 |
| | | 147 |
| | | 13 |

Anmerk. Obige Verhältniß-Angaben mögen zur Uebung im Rechnen und insbesondere zur Erlernung eines richtigen Ansatzes hinreichend seyn. Wer Waaren aus dem Auslande beziehen will, wird sich ohnehin vorher erkundigen, wie sich die dortigen Maße, Gewichte, Münzen ꝛc. zu denen seines Vaterlandes verhalten.

## Faktorey-Rechnung.

### §. 40.

1) Ein Faktor — Mäkler — welcher für einen Kaufmann gewisse Geschäfte besorgt, erhält, wenn er für 6140 fl. Münze, die er für verkaufte Waaren eingenommen hat, Caroline liefert, $2\frac{1}{3}$ proCent Provision. — a) Wieviele fl. verdient er dabey? b) Wieviele Caroline liefert er?

a) proC. fl. ? | 6140 fl. Münze,
M. fl. $102\frac{1}{3}$ | $2\frac{1}{3}$ fl. proC.
| 140 fl. Provision.

b) Carol. ? | 6140 fl. Münze,
M. fl. $102\frac{1}{3}$ | 100 fl. grob Geld,
gr. G. fl. 11 | 1 Carol.
3377 | 1842000 | $545\frac{5}{11}$ Carol. (= 6000 fl. rhnl.
140 Provis.
Summa = 6140 fl.

2) Wieviele Prozente sind gerechnet, wenn man für 6140 fl. Münze nur $545\frac{5}{11}$ Caroline bekommt?

Mit Provis. ? | 100 fl. netto
fl. 11 | 1 Carol.
Carol. $545\frac{5}{11}$ | 6140 fl.
6000 | 614000 | $102\frac{1}{3}$ fl. mit Provis.
also $2\frac{1}{3}$ proC.

oder: proC. fl. ? | 100 fl. netto,
netto fl. 6000 | 6140 fl. inclus proC.
6000 | 614000 | $102\frac{1}{3}$ fl.
also $2\frac{1}{3}$ proC.

3) Stück

| | |
|---|---|
| 3) Stück? | 100 Stücke, |
| St. 1 | 6 fl. |
| fl. 4326 | $742\frac{63}{100}$ Stück |
| 4326 | 445578 \| 103 Stück für 100, also 3 Stücke auf 100 drein. |

4) Jemand, welcher 266 Laubthlr. hat, will diese gegen Münze auswechseln, wenn er 2 proC. Agio, d. h. für 100 fl. an Laubthlrn. 102 fl. Münze bekommt. — Wieviele fl. rhnl. mit Agio erhält er?

| | |
|---|---|
| Mit Agio fl.? | 266 Laubthlr. |
| Lbthlr. 1 | $2\frac{3}{4}$ fl. |
| fl. 100 | 102 fl. mit Agio. |
| 100 | 74613 \| $746\frac{13}{100}$ fl. rhnl. ($7\frac{4}{5}$ kr.) |

| | |
|---|---|
| **Probe:** Lbthlr.? | $746\frac{13}{100}$ fl. rhnl. |
| fl. 102 | 100 fl. |
| fl. $2\frac{3}{4}$ | 1 Lbthlr. |
| 561 | 149226 \| 266 Lbthlr. |

5) Es will Jemand $1435\frac{1}{5}$ fl. Münze verwechseln —

a) entweder gegen Lbthlr. à 2 fl. 48 kr., — also 3 kr. Agio aufs Stück,

b) oder gegen Dukaten à 5 fl. 30 kr., — also 6 kr. Agio aufs Stück mehr, als gewöhnlich.

| | |
|---|---|
| a) fl. Agio? | $1435\frac{1}{5}$ fl. Münze, |
| fl. $2\frac{4}{5}$ | 3 kr. Agio, |
| kr. 60 | 1 fl. |
| 35 | 897 \| $25\frac{22}{35}$ fl. Agio. ($37\frac{5}{7}$ kr.) |

| | |
|---|---|
| b) fl. Agio? | $1435\frac{1}{5}$ fl. Münze, |
| fl. $5\frac{1}{2}$ | 6 kr. Agio, |
| kr. 60 | 1 fl. |
| 275 | 7176 \| $26\frac{26}{275}$ fl. Agio. ($5\frac{37}{55}$ kr.) |

Also vortheilhafter bey Laubthalern; denn 2 Lbthlr. à 2 fl. 48 kr. = 5 fl. 36 kr. 6 Agio.
und 1 Dukate à 5 fl. 30 kr. = 5 fl. 30 kr. 6 " "

Tara.

## Tara = Rechnung.

§. 41.

Da 1 ℔. des Gefäßes, worin die Waare ist, nicht soviel kostet, als 1 ℔. der Waare selber, so wird das Gewicht des Gefäßes vom Gewichte der Waare abgezogen.

1) Tara überhaupt.

7 Säcke Waaren = $1301\frac{1}{4}$ ℔. Brutto, oder sporco, d. h. unrein.
die 7 Säcke allein = $37\frac{7}{8}$ ℔. Tara zurückgewogen, abgezogen. —

bleiben = $1263\frac{3}{8}$ ℔. Netto, d. h. lauter und reine Waare.

| | |
|---|---|
| fl. ? | $1263\frac{3}{8}$ ℔. |
| ℔. 1. | 34 kr. |
| kr. 60 | 1 fl. |
| 480. | 353745 \| $715\frac{73}{80}$ fl. ($54\frac{3}{4}$ kr.) |

Kann man die Waaren nicht sogleich ausleeren, um das leere Gefäß zurückzuwiegen, so muß der Verkäufer dem Käufer einige ℔. darein geben,

2) Tara vom Ctner., was vortheilhafter für den Käufer ist; denn es werden z. B. 5 von Hundert nachgelassen, 100 ℔. werden für 95 gerechnet.

| | |
|---|---|
| fl. ? | 781 ℔. Brutto, |
| Brutto ℔. 100 | 95 ℔. Netto, |
| Netto ℔. 100 | $81\frac{1}{3}$ fl. |
| 30000. | 10103580 \| 603 fl. $27\frac{4}{25}$ kr. |

3) Tara auf den Ctner., was weniger vortheilhaft für den Käufer ist; denn statt daß bey Nro. 2. 5 vom Hundert nachgelassen wurden, werden hier von 105 erst 5 nachgelassen, 105 gelten soviel wie 100.

fl. ?

| | |
|---|---|
| fl.? | 781 ℔. Brutto, |
| Brutto ℔. 105. | 100 ℔. Netto, |
| Netto ℔. 100. | $81\frac{1}{3}$ fl. |
| 315. | 190564 \| 604 fl. $57\frac{19}{21}$ kr. |

oder noch kürzer:

| | |
|---|---|
| fl.? | 781 ℔. |
| ℔. 105. | $81\frac{1}{3}$ fl. |
| 315. | 190564 \| 604 fl. $57\frac{19}{21}$ kr. |

## Tausch - Rechnung.

§. 42.

1) Wieviele Eymer Wein à 18 Rthl. bekommt man für 63 Mltr. Korn à $7\frac{1}{4}$ fl.?

| | |
|---|---|
| Eym.? | 63 Mltr. |
| Mltr. 1 | $7\frac{1}{4}$ fl. |
| (fl. 3 | 2 Rthl.) |
| Rthl. 18 | 1 Eym. |
| 108 | 1827 \| 16 Eym. 66 Ms. |

2) Ein Kaufmann hat noch 731. Pakete Tobak, das Stück à 18 kr., liegen und vertauscht sie gegen eine gangbarere Sorte à 11 kr., wieviele Pakete der letzten Sorte bekommt er für seine 731 Stücke?

| | |
|---|---|
| A? | 731 B. (Zeichen des Pakets.) |
| B 1 | 18 kr. |
| kr. 11 | 1 A (Zeichen d. P.) |
| 11 | 13158 \| $1196\frac{2}{11}$ Pakete mit Zeichen A. |

## Pacht - Rechnung.

§. 43.

1) Der Zehnd von 824. Ackern Weinbergen soll verstrichen werden; wieviel ist derselbige werth, wenn man auf 1 Acker beiläufig 24 Butten Trauben rechnen und 3 Butten Trauben zu 1 Eym. Most à 9 fl. anschlagen kann?

fl.?

| | |
|---|---|
| fl. ? | 824 Acker, |
| Acker 1 | 24 Butten, |
| von B. 10 | 1 do. Zehnd, |
| Butt. 3 | 1 Eym. Most, |
| Eym. 1 | 9 fl. |
| 5 | 29664 \| $5932\frac{4}{5}$ fl. beyläufig. |

Anmerk. Zinsen, Risiko und alle übrigen Kosten bey der Weinlese, beym Keltern ꝛc. müssen nun ebenfalls überschlagen und von diesen 5932 4/5 fl. abgezogen werden.

2) Eine Mühle von 14 Gängen, die das ganze Jahr hindurch zu mahlen hat, auf deren jedem Gange tägl. ohngefähr 2 Mltr. gemahlen werden können, und wo von 1 Mltr. 2 Dreylinge Mitze bey einem Mittelpreise des Getreides à 8 fl. abgegeben werden, soll verpachtet werden; wieviel trägt sie ein?

| | |
|---|---|
| fl. ? | 365 Tage, |
| Tag 1 | 28 Mltr., |
| Mltr. 1 | 2 Dreyl. Mitz, |
| Dreyl. 16 | 1 Mtz. |
| Mtz. 8 | 8 fl. |
| 4 | 5110 \| $1277\frac{1}{2}$ fl. beyläufig. |

Anmerk. Zinsen, Risiko und alle etwaigen Kosten für Arbeiter, Reveraturen, Licht ꝛc. müssen auch hier von dieser Summa abgezogen werden.

## II.) Gesellschafts-Rechnung.

### §. 44.

1) Ein Dorf hat 1231 fl. ordinäre Steuer zu bezahlen und auf den Schultheißen kommen 14 fl. nach dem eingeführten Steuerfuße. Nun soll eine Extra-Steuer von 754 fl. nach demselben Steuerfuße repartirt werden; wieviel hat der Schultheiß an dieser Extra-Steuer zu tragen?

| | |
|---|---|
| E. St. fl. ? | 14 fl. ord. St. |
| ord. St. fl. 1231 | 754 fl. E. St. |
| 1231 \| 10556 | $8\frac{708}{1231}$ fl. |

708
60
1231) 42480 | $34\frac{1}{2}$ kr.

2) A.

2) A. hat 875 fl. }
B. — 620 — } zu fordern und das ganze Vermögen des Schuldners beträgt
C. — 360 — }
1855 fl. nur 1000 fl. Vorausgesetzt, daß die Gläubiger gleiche Ansprüche an die 1000 fl. zu machen haben, so muß ein Jeder nach Verhältniß einbüßen. Was bekommt daher ein Jeder?

A) fl.? | 875 fl.
fl. 1855 | 1000 fl.

371|175000 | 471 fl. $41\frac{329}{371}$ kr.

B) fl.? | 620 fl.
fl. 1855 | 1000 fl.

371|124000 | 334 fl. $13\frac{337}{371}$ kr.

C) fl.? | 360 fl.
fl. 1855 | 1000 fl.

371|72000 | 194 fl. $4\frac{76}{371}$ kr.

Probe: A = 471 fl. 41. 329.
B = 334 fl. 13. 337.
C = 194 fl. 4. 76.

1000 fl. — $\frac{742}{371}$.

## Theilungs-Rechnung.

§. 45.

1) A hat 781 fl. 5 Monate }
B — 500 fl. 6 Monate } lang hergegeben. Mit
C — 375 fl. 8 Monate } diesen 1656 fl. werden
1655 fl. binnen dieser Zeit 1656 fl. gewonnen; wieviel bekommt Jeder von diesem Gelde?

Da die Zeit ungleich, so muß auch auf diese mit Rücksicht genommen werden; (wer 2000 fl. 1 Monat hergab, hat eben soviel geleistet, als derjenige, welcher 4000 fl.

4000 fl. 14 Tage lang hergab,) und Geld und Zeit müssen daher multiplizirt werden; z. B.

A. 781 fl. 5. Mon. = 3905.
B. 500 fl. 6. — = 3000. } B und C also gleich-
C. 375 fl. 8. — = 3000. } viel.
= 9905

A) fl. ? | 3905.
9905 | 1656 fl.
1981 | 1293336 | 652 fl. und $52\frac{428}{1981}$ kr.

B) fl. ? | 3000.
9905 | 1656 fl.
1981 | 993600 | 501 fl. und $38\frac{1767}{1981}$ kr.

Beweiß: A) 652 fl. 52. 428. | kr.
B) 501 fl. 33. 1767. | 1981.
C) 501 fl. 33. 1767. |
1656 fl. —. $\frac{3962}{1981}$.

2) Von 120 fl. bekommt:

| | | | 120 |
|---|---|---|---|
| A = | $\frac{1}{3}$ = | | 40. |
| B = | $\frac{1}{4}$ = | | 30. |
| C = | $\frac{1}{5}$ = | | 24. |
| D = | $\frac{1}{6}$ = | | 20. |
| | | | 114. |

Käme bey diesen Brüchen ein Ganzes, z. B. $\frac{120}{120}$ heraus; so dürfte man, um zu finden, wieviel auf $\frac{1}{3}$ kommt, nur mit 3 dividiren; allein da $\frac{6}{120}$ übrig bleiben und auch davon A = $\frac{1}{3}$, B = $\frac{1}{4}$ rc. bekommen soll, so muß der Ansatz folgender Maßen gemacht werden:

A) fl. ? | 40
114 | 120 fl.
57 | 2400 | 42 fl. u. $6\frac{6}{19}$ kr.

B) fl. ? | 30
114 | 120 fl.
57 | 1800 | 31 fl. u. $34\frac{14}{19}$ kr.

C) fl. ? | 24
114 | 120 fl.
57 | 1440 | 25 fl. u. $15\frac{15}{19}$ kr.

D) fl. ? | 20
114 | 120 fl.
57 | 1200 | 21 fl. u. $3\frac{3}{19}$ kr.

Be-

| Beweiß: | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. | 42 fl. | 6. | 6. | |
| B. | 31 | 34. | 14. | 19. |
| C. | 25 | 15. | 15. | |
| D. | 21 | 3. | 3. | |
| | 120 fl. | —. | $\frac{38}{19}$. | |

3) 2 Söhne und 2 Töchter theilen unter sich 8000 fl., doch so, daß der jüngere Sohn 100 fl. mehr bekommen soll, als der ältere, die eine Tochter 200 fl. und die andere 300 fl. zum Voraus erhält. Ehe dividirt werden kann, müssen die 600 fl. Voraus erst von der Summa 8000 fl. abgezogen werden.

600 —

4) 7400 | 1850 fl. auf 1 Person.

A. = 1850 fl.
B. = 1950 —
C. = 2050 —
D. = 2150 —

Summa = 8000 fl.

4) 5 Personen theilen sich in 20341 fl. und zwar so, daß

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. . . . . . | erhält, oder | = 0. | |
| B. 100 fl. mehr, als der A | | = 100 fl. | Voraus, |
| C. 200 — —, — — B | | = 300 — | do. |
| D. 100 — —, — — C | | = 400 — | do. |
| E. 150 — —, — — D | | = 550 — | do. |
| | | 1350 fl. | Voraus. |

20341. die ganze Summa.
— 1350. Voraus,

5) 18991 | $3798\frac{1}{5}$ fl. auf 1 Person; also:

A. = $3798\frac{1}{5}$ fl.
B. = $3898\frac{1}{5}$ —
C. = $4098\frac{1}{5}$ —
D. = $4198\frac{1}{5}$ —
E. = $4348\frac{1}{5}$ —

Summa = 20341 — fl.

5) 4 Kinder erben 17315 fl., doch soll

| | | |
|---|---|---|
| A. 400 fl. weniger bekommen, als der B. | = 800 fl. weniger, | |
| B. 300 — — — — —, als der C. | = 400 | desgl. |
| C. 100 — — — — —, als der D. | = 100 | desgl. |
| D. — — — — — — — — — — | = — | |
| | Summa = 1300 fl. | |

Wenn diese 1300 fl., welche den ältern Kindern eigentlich deßwegen abgezogen werden, weil sie schon soviel mehr gekostet, also soviel schon bekommen haben, wieder zur Summa 17315 fl. addirt werden, so war also das eigentliche Vermögen = 18615 fl.

4) 18615 | $4653\frac{3}{4}$ fl. auf 1 Theil.

A. bekommt noch = $3853\frac{3}{4}$ fl. da er schon 800 fl. erhalten hat,
B. — — — = $4253\frac{3}{4}$ — da er schon 400 — — — —,
C. — — — = $4553\frac{3}{4}$ — da er schon 100 — — — —,
D. — — — = $4653\frac{3}{4}$ — da er noch Nichts erhalten hat.

Summa = 17315 — fl.

6) 3 Personen theilen sich in 24000 fl., aber so, daß

A. 500 fl. mehr bekommt, als B. = 500 +
B.
C. 300 fl. weniger —, als B. = 300 —

Nach Abzug der 300 fl weniger, bleiben = 200 fl + und dieser Voraus wird nach Beyspiel 3.) erst von der Summa 24000 fl. abgezogen, ehe dividirt werden kann.

200

3) 23800 | $7933\frac{1}{3}$ fl. auf 1. Theil, folglich

A. = $8433\frac{1}{3}$ fl.
B. = $7933\frac{1}{3}$ —
C. = $7633\frac{1}{3}$ —

Summa = 24000 — fl.

7) 3 Personen theilen sich in 24000 fl. und zwar so, daß

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | | | = 1. Theil. |
| B. noch 1mal soviel, als A. | erhalten soll; | | = 2. do. |
| C. noch 1mal soviel, als B. | | | = 4. do. |
| | | | 7. Theile. |

Hier ist wieder die Gesellschafts-Rechnung.

fl. ?| 1 Theil,
Theile 7|24000 fl.

7|24000 | $3428\frac{4}{7}$ fl.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| also: | A. 1 Theil | = | $3428\frac{4}{7}$ fl. | ($34\frac{2}{7}$ kr.) |
| | B. 2. do. | = | $6857\frac{1}{7}$ — | ($8\frac{4}{7}$ —) |
| | C. 4. do. | = | $13714\frac{2}{7}$ — | ($17\frac{1}{7}$ —) |
| | Summa | = | 24000 — fl. | — — |

8) 4 Personen theilen unter sich 9857 fl. und zwar so, daß

| | | |
|---|---|---|
| A. | blos | = 1 Theil, |
| B. noch 1mal soviel, als A u. noch 200 fl., | also | = 2 do. und 200 fl Voraus, |
| C. noch 1mal —, als B u. — 300 —, | also | = 4 do. und 700 fl. — |
| D. noch 1mal —, als C u. — 400 —, | — | = 8 do. u. 1800 fl. — |
| erhalten soll. | | 15 Thle. u. 2700 fl. Voraus. |

Von 9857.
2700 fl. Voraus abgezogen bleiben
15) 7157 fl. noch übrig: | 477 fl. 8 kr.
auf einen Theil.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. 1 Theil | = | 477 fl. | 8 kr. |
| B. 2 do. u. 200. | | 1154 — | 16 — |
| C. 4 do. u. 700. | | 2608 — | 32 — |
| D. 8 do. u. 1800. | | 5617 — | 4 — |
| Summa | = | 9857 fl. | — kr. |

9) 7 Personen theilen sich in 358 fl. so, daß

von den 2 aus der 1ten Klasse Jeder allemal 2 fl. nimmt, während
von den 3 aus der 2ten do. Jeder nur 1 — nimmt, und —
von den 2 aus der 3ten do. Jeder nur $\frac{3}{5}$ — nimmt.

1. Klasse.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1. Klasse | A. | = | 2 fl. | |
| | B. | = | 2 — | |
| | C. | = | 1 — | |
| 2. do. | D. | = | 1 — | |
| | E. | = | 1 — | |
| 3. do. | F. | = | $\frac{3}{5}$. | |
| | G. | = | $\frac{3}{5}$. | |
| Summa | | = | $8\frac{1}{5}$ fl. | |

fl.? | 1
$8\frac{1}{5}$ | 358 fl.
41 | 1790 | 43 fl. und $39\frac{21}{41}$ kr.

fl.? | $\frac{3}{5}$
$8\frac{1}{5}$ | 358 fl.
41 | 1074 | 26 fl. und $11\frac{29}{41}$ kr.

| daher erhält | | fl. | kr. | $\frac{\ }{41}$ kr. |
|---|---|---|---|---|
| | A. | 87 fl. | 19. | 1 |
| | B. | 87 — | 19. | 1 |
| | C. | 43 — | 39. | 21 |
| | D. | 43 — | 39. | 21 |
| | E. | 43 — | 39. | 21 |
| | F. | 26 — | 11. | 29 |
| | G. | 26 — | 11. | 29 |
| | Summa | 358 fl. | —. | — |

10) 12 Männer, 8 Weiber, 4 Jünglinge und 3 Jungfrauen schossen 996 fl. zusammen und zwar so, daß
1 Mann 4 fl.
1 Frau 3 —
1 Jüngl. 2 —
1 Jungfr. 1 —
} hergab.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 Mann | à 4 fl. | = | 48 fl. | |
| 8 Wb. | à 3 — | = | 24 — | |
| 4 Jgl. | à 2 — | = | 8 — | |
| 3 Jgfr. | à 1 — | = | 3 — | |
| | | | 83 fl. | |

fl? | 4
83 | 996 fl.
83 | 3984 | 48 fl.

fl? | 3
83 | 996 fl.
83 | 2988 | 36 fl.

fl? | 1
83 | 996 fl.
83 | 996 | 12 fl.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Also 1 Mann = 48 fl. | 1 Frau = 36 fl. | 1 Jüngl. = 24 fl. | 1 Jungfr. = 12 fl. |
| × 12 | × 8 | × 4 | × 3 |
| 12 Männer = 576 fl. | 8 do. = 288 fl. | 4 do. = 96 fl. | 3 do. = 36 fl. |

Beweiß: 576 fl.
288 —
96 —
36 —

Summa = 996 fl.

11) 300

11) 300 fl. sollen in 3, 6, 12 und 24 Kreuzer-Stücken bezahlt und zwar sollen von jeder Sorte gleichviel Stücke genommen werden.

| | | |
|---|---|---|
| 1 Stück à 3 kr. | 300 fl. | |
| 1 do. à 6 — | 60 | |
| 1 do. à 12 — | | |
| 1 do. à 24 — | 45) 18000 kr. | 400 Stück von jeder Sorte. |
| 4 Stück — 45 — | | |

| | | |
|---|---|---|
| 400 Stück à 3 kr. = 20 fl. | oder | |
| 400 do. à 6 — = 40 — | fl.? | 3 kr. Stück. |
| 400 do. à 12 — = 80 — | kr. 45 | 300 fl. |
| 400 do. à 24 — = 160 — | 3 \| 60 | 20 fl. |
| 300 fl. | | u. s. w. |

12) Ein sterbender Ehegatte verordnete in seinem Testamente, daß seine hinterbliebene schwangere Frau, wenn sie 1 Tochter zur Welt bringt, $\frac{5}{8}$ von seinem Vermögen à 20000 fl., und wenn sie 1 Sohn zur Welt bringt, $\frac{2}{5}$ von seinem Vermögen à 20000 fl. erhalten solle. Da sie hierauf 1 Sohn und 1 Tochter zugleich gebar, wieviel bekam die Mutter, der Knabe und das Mädchen?

| | 40. | | | |
|---|---|---|---|---|
| Mutter $\frac{5}{8}$ = | 25 | Wenn die Mutter auf ihre $\frac{5}{8}$ = $\frac{25}{40}$ erhält, wieviel bekommt der Sohn? $\frac{2}{5}$ | Thl.? | $\frac{3}{5}$ |
| Tochter $\frac{3}{8}$ = | 15 | | $\frac{2}{5}$ | 25 Thl. |
| Sohn $\frac{3}{5}$ = | $37\frac{1}{2}$ | | 2 \| 75 | $37\frac{1}{2}$. |
| | $77\frac{1}{2}$ Theile. | | | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| fl.? | 25 Thl. | | fl.? | 15 Thl. |
| Thl. $77\frac{1}{2}$ | 20,000 fl. | | Thl. $77\frac{1}{2}$ | 20,000 fl. |
| 31 | 200,000 \| 6451 fl. und $36\frac{24}{31}$ kr. | | 31 | 120,000 \| 3870 fl. und $58\frac{2}{31}$ kr. |

| | |
|---|---|
| fl.? | $37\frac{1}{2}$ Thl. |
| Thl. $77\frac{1}{2}$ | 20,000 fl. |
| 31 | 300,000 \| 9677 fl. und $\frac{255}{31}$ kr. |

Beweiß: Mutter = 6451 fl. 36. 24
Tochter = 3870 — 58. 2
Sohn = 9677 — 25. 5 } 31 kr.

Summa = 20000 | — — kr.

Oder man hätte auch so ansetzen können:

$$\begin{cases} \frac{5}{8} = \begin{cases} \text{Sohn} = \frac{3}{5} = \\ \text{Mutter} = \frac{2}{5} = \end{cases} \\ = \text{Tochter} = \frac{3}{8} = \end{cases} \left| \begin{array}{l} \overset{40.}{\smile} \\ 24 \\ 16 \\ 9\frac{3}{5} \\ \hline 49\frac{3}{5}\text{ Theile.} \end{array} \right| \quad \begin{array}{r|l} \text{Thl. ?} & \frac{3}{8} \\ \frac{5}{8} & 16\text{ Thl.} \\ \hline 5 & 48 \mid 9\frac{3}{5}. \end{array}$$

Und nun:

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & 24\text{ Theile,} \\ \text{Theile } 49\frac{3}{5} & 20000 \mid \\ \hline 31 & 300000 \mid 9677\text{ fl. u. } 25\frac{5}{31}\text{ kr.} \end{array}$$ wie oben, u. s. w.

Probe:

$$\begin{array}{rrrr|l} & \text{S. } 9677\text{ fl.} & 25 & 5 & \\ & \text{M. } 6451 - & 36 & 24 & 31\text{ kr.} \\ \hline \text{Summa} & 16129\text{ fl.} & 1. & 29 & \end{array}$$

$\frac{1}{5} = 3225$ fl. $48\frac{12}{31}$ kr.

und

$$\begin{array}{rrrr|l} & \text{M. } 6451\text{ fl.} & 36 & 24 & \\ & \text{T. } 3870 - & 58 & 2 & 31\text{ kr.} \\ \hline \text{Summa} & 10322\text{ fl.} & 34 & 26 & \end{array}$$

$\frac{1}{8} = 1290$ fl. $19\frac{11}{31}$ kr.

13) Wie stark ist ein Vermögen, wenn
$\frac{1}{3}$ desselben in Artfeldern,
$\frac{1}{4}$ — in Weinbergen,
$\frac{1}{5}$ — in Mobilien und
der Rest desselben à 8000 fl. in Kapitalien besteht?

$$\begin{array}{r|l} & \overset{60.}{\smile} \\ \frac{1}{3} = & 20. \\ \frac{1}{4} = & 15. \\ \frac{1}{5} = & 12. \\ \hline & \frac{47}{60}. \end{array}$$

Am Ganzen $= \frac{60}{60}$ fehlen also noch $\frac{13}{60}$ und diese $\frac{13}{60}$ betragen 8000 fl. folglich sagt man:

$$\begin{array}{r|l} \text{fl. ?} & 60. \\ 13 & 8000\text{ fl.} \\ \hline 13 & 480000 \mid 36923\frac{1}{13}\text{ fl.} \end{array}$$ das ganze Vermögen.

| | | |
|---|---|---|
| 3) $36923\frac{1}{13}$ | $12307\frac{9}{13}$ | an Artfeldern, |
| 4) $36923\frac{1}{13}$ | $9230\frac{10}{13}$ | an Weinbergen, |
| 5) $36923\frac{1}{13}$ | $7384\frac{8}{13}$ | an Mobilien, |
| | 8000 — | an Kapitalien. |

Summa = $36923\frac{1}{13}$ fl.

14) A. bekommt 500 fl. (1000 fl.) und $\frac{1}{5}$ des übrigen Vermögens; Jeder der folgenden Personen 500 fl. (1000 fl.) mehr und $\frac{1}{5}$ des noch Uebrigen ꝛc.

a) Wieviel Personen? 4 Personen; 1 weniger, als Nenner, z. B. $\frac{1}{5}$.

b) Wieviel Kapital? 8000 (16000); 4 mal 4 = 16 und {16 mal 500 = 8000 fl. / 16 mal 1000 = 16000 —.

c) Wieviel jede einzelne Person? Eine soviel, wie die andere.

z. B. A. = 500 fl. und $\frac{1}{5}$ von 7500 fl.
1500 ⸗ . . . . . . . . = 2000 fl.
B. = 1000 ⸗ und $\frac{1}{5}$ von 5000 fl.
1000 ⸗ . . . . . . . . = 2000 ⸗
C. = 1500 ⸗ und $\frac{1}{5}$ von 2500 fl.
500 ⸗ . . . . . . . . = 2000 ⸗
D. = 2000 ⸗ als den Rest . . = 2000 ⸗
Summa = 8000 fl.

z. B. A. = 1000 fl. und $\frac{1}{5}$ der übrigen 15000 fl.
3000 ⸗
B. = 2000 ⸗ und $\frac{1}{5}$ der übrigen 10000 —
2000 ⸗
C. = 3000 ⸗ und $\frac{1}{5}$ der übrigen 5000 —
1000 ⸗
D. = 4000 ⸗ als den Rest.
Summa = 16000 fl. Vermögen.

## Vermischungs⸗Rechnung.

§. 46.

1) Ein Kaufmann hat Waaren von verschiedener Güte 1 ℔. à 48 kr. und 1 do. à 30 —. Er nimmt von jeder Sorte die Hälfte und mischt beyde untereinander; was kostet 1 ℔.?

48
30
2) 78 | 39 kr.

2) 2 ℔. à 48 kr.} werden gemischt, was kostet 1 ℔.?
1 do. à 39 —}

48
48
39

3) 135 | 45 kr.

3) Ein Weinhändler nimmt 1 Maß Wein à 54 kr.,
1 do. — à 36 —,
1 do. — à 18 —,
1 do. Wasser — — —. Was
kostet 1 Maß?

4) 108 kr. | 27 kr.

4) Sollte dieser Weinhändler von vorstehendem gemischten Weine, 1 Maß = 27 kr. gerechnet, $3\frac{1}{2}$ Eymer füllen, so braucht er von jeder der genannten Sorten $\frac{1}{4}$. Hier ist wieder blos die Gesellschafts-Rechnung.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Eym. ? | $\frac{1}{4}$ Theil, | fl. ? | $3\frac{1}{2}$ Eym. |
| Theil $\frac{4}{4}$ | $3\frac{1}{2}$ Eym. | Eym. 1 | 72 Ms., |
| 8 | 7 \| $\frac{7}{8}$ Eym. von jeder Sorte. | Ms. 1 | 27 kr. |
| | | kr. 60 | 1 fl. |
| | | 5\|567 | $113\frac{2}{5}$ fl. |

| | | |
|---|---|---|
| Probe: $\frac{7}{8}$ Eymer à 54 kr. | = | 56 fl. 42 kr. |
| $\frac{7}{8}$ Eymer à 36 kr. | = | 37 fl. 48 kr. |
| $\frac{7}{8}$ Eymer à 18 kr. | = | 18 fl. 54 kr. |
| $\frac{7}{8}$ Eymer à 0 kr. | = | — fl. — kr. |
| $3\frac{1}{2}$ Eymer | = | 113 fl. 24 kr. |

(Anmerk. Der Wirth, welcher 1 Ms, halb Wein à 54 kr. und halb Wasser — — einschenkt, kann mit allem Rechte 27 kr. verlangen; denn der Gast, welcher sich 1/2 Maas à 27 kr. geben läßt und 1/2 Maas Wasser darunter gießt, hat ja ebenfalls 1 Ms. à 27 kr. Allein 1 Eym. Wein à 36 Rthl. und 1 do. Wasser à 0 — also zusammen 2 Eymer, sind, wenn sie nicht sogleich ausgetrunken werden sollen, weniger als 36 Rthl. werth — die Mischung hält sich nicht so gut.)

5) Ein

5) Ein Kaufmann soll 1 Ctr. Waare, 1 ℔. à 22 kr. liefern; da er aber keine Sorte zu diesem Preise hat, wohl aber 2 andere, die eine à 30 kr. und die andere à 16 kr., so mischt er von beyden Sorten.

Wieviele ℔. muß er von jeder Sorte nehmen?

30 > 22 < 6 oder 3
16 > 22 < 8 --- 4

also von der Sorte
à 30 kr. = 3 Thle,
à 16 – = 4 do.
Summa = 7 Thle.

| | |
|---|---|
| ℔. ? | 3 Theile |
| Thl. 7 | 100 ℔. |
| 7\|300\| | $42\frac{6}{7}$ ℔. |

| | |
|---|---|
| ℔. ? | 4 Thl. |
| Thl. 7 | 100 ℔. |
| 7\|400\| | $57\frac{1}{7}$ ℔. |

| | |
|---|---|
| fl. ? | 100 ℔. |
| ℔. 1 | 22 kr. |
| kr. 60 | 1 fl. |
| 3\|110\| | $36\frac{2}{3}$ fl. |

| | |
|---|---|
| fl. ? | $42\frac{6}{7}$ ℔. |
| ℔. 1 | 30 kr. |
| kr. 60 | 1 fl. |
| 14\|300\| | $21\frac{6}{14}$ fl. ($25\frac{5}{7}$ kr.) |

| | |
|---|---|
| fl. ? | $57\frac{1}{7}$ ℔. |
| ℔. 1 | 16 kr. |
| kr. 60 | 1 fl. |
| 21\|320\| | $15\frac{5}{21}$ fl. ($14\frac{2}{7}$ kr.) |

also $42\frac{6}{7}$ ℔. = 21 fl. $25\frac{5}{7}$ kr.
$57\frac{1}{7}$ ‑ = 15 fl. $14\frac{2}{7}$ —
Summa 100 ‑ = 36 fl. 40 kr.

6) 16 löthiges Silber soll in 12 löthiges verwandelt werden. Wieviele Loth Silber und wieviele Loth Kupfer braucht man zu ½ Dutzend Löffeln, 18 Loth schwer?

☽ 16 > 12 < 12 = oder 3 Theile ☽
♀ 0 > 12 < 4 = oder 1 do. ♀
4 Theile.

| | |
|---|---|
| Loth ☽ ? | 3 Thle. |
| Theile 4 | 18 Loth, |
| 2\|27\| | $13\frac{1}{2}$ Loth ☽ |

| | |
|---|---|
| Loth ♀ ? | 1 Theil, |
| Theile 4 | 18 Loth. |
| 2\| 9 \| | $4\frac{1}{2}$ Loth ♀ |


7) Wie-

7) Wieviel muß ein Kaufmann von jeder Sorte

1 ℔. à 16 }
1 do. à 15 } kr. nehmen, wenn er 48 ℔., 1 ℔. à 12 kr.,
1 do. à 10 } versenden soll?
1 do. à 7 }

à 16 kr.
à 15 —

2) 31 | $15\frac{1}{2}$ Mittelpreis, $3\frac{1}{2}$ Theil von beyden Sorten, also $1\frac{3}{4}$ Theil à 16 kr.

à 10 kr. > 12 < $1\frac{3}{4}$ — à 15 kr.
à 7 — $1\frac{3}{4}$ — à 10 kr.

2) 17 | $8\frac{1}{2}$ Mittelpreis, $3\frac{1}{2}$ Theil von beyden Sorten, $1\frac{3}{4}$ — à 7 kr.

7 Theile. 7 Theile.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ℔. ? | $1\frac{3}{4}$ Thl. | | fl. ? | 48 ℔. |
| Theile 7 | 48 ℔. | | ℔. 1 | 12 kr. |
| | 12 ℔. also von jeder Sorte. | | kr. 60 | 1 fl. |
| | | | 5\|48 | $9\frac{3}{5}$ fl. |

und 12 ℔. à 16 kr. = $3\frac{1}{5}$ fl.,
12 — à 15 — = 3 —,
12 — à 10 — = 2 —,
12 — à 7 — = $1\frac{2}{5}$ —,

Summa 48 ℔. — — $9\frac{3}{5}$ fl.

8) 1 ℔. à 36 kr. } Der Mittelpreis soll 25 kr. für
1 — à 34 — } 1 ℔. seyn; wieviele Pfd. nimmt
1 — à 29 — } man von jeder Sorte, um 1 Ctn.
1 — à 24 — } à $41\frac{2}{3}$ fl. liefern zu können?
1 — à 18 — }

à 36 kr.
à 34 „
à 29 „

3) 99 | 33 4 = 1 Theil; von jeder der obigen
3 Sorten also $\frac{1}{3}$ Theil.

à 24 kr. > 25 <
à 18 „

2) 42 | 21 8 = 2 Theile; von jeder der obigen
3 Theile. 2 Sorten also 1 Theil.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ℔. ? | $\frac{1}{3}$ Theil, | ℔. ? | 1 Theil, |
| Theile 3 | 100 ℔. | Theile 3 | 100 ℔. |
| 9 \| 100 | $11\frac{1}{9}$ ℔. | 3 \| 100 | $33\frac{1}{3}$ ℔. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Beweiß: | à 36 kr. | $11\frac{1}{9}$ ℔. | = 6 fl. | 40 kr. | |
| | à 34 ⸗ | $11\frac{1}{9}$ ⸗ | = 6 ⸗ | $17\frac{7}{9}$ ⸗ | |
| | à 29 . | $11\frac{1}{9}$ ⸗ | = 5 ⸗ | $22\frac{2}{9}$ ⸗ | |
| | à 24 ⸗ | $33\frac{3}{9}$ ⸗ | = 13 ⸗ | 20 ⸗ | |
| | à 10 ⸗ | $33\frac{3}{9}$ ⸗ | = 10 ⸗ | — ⸗ | |
| | Summa = | 100 ℔. | = 41 fl. | 40 kr. | |

Je verschiedenere Sorten genommen werden, desto verschiedener kann das Verhältniß der Mischung seyn und Gewicht und Mittelpreis müssen immer wieder heraus kommen, z. B.

à 36 kr.
à 34 —
à 29 —
à 24 —

4) 123 — | $30\frac{3}{4}$ > 25 < 7 Theile von den 4 Sorten zu-
à 18 kr. = 18 — $5\frac{3}{4}$ do. sammen, also von je-
$12\frac{3}{4}$ Theile. den besonders $1\frac{3}{4}$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ℔. ? | $1\frac{3}{4}$ Thl. | ℔. ? | $5\frac{3}{4}$ Theile, |
| Thl. $12\frac{3}{4}$ | 100 ℔. | Theile $12\frac{3}{4}$ | 100 ℔. |
| 51 \| 700 | $13\frac{47}{51}$ ℔. | 51 \| 2300 | $45\frac{5}{51}$ ℔. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Beweiß: | à 36 kr. = | 13. 37 | 51 ℔. | = 8 fl. 14. 18 | 153 kr. |
| | à 34 ⸗ = | 13. 37 | | = 7 ⸗ 46. 102 | |
| | à 29 ⸗ = | 13. 37 | | = 6 ⸗ 38. 6 | |
| | à 24 ⸗ = | 13. 37 | | = 5 ⸗ 29. 63 | |
| | à 18 ⸗ = | 45. 5 | | = 13 ⸗ 31. 117 | |
| | Summa | 100 ℔. | | = 41 fl. 40. — | kr. |

9) 18 ℔. Gold (☉) verlieren im Wasser von ihrem Gewichte = 1 ℔.

18 ℔. Silber (☽) verlieren im Wasser von ihrem Gewichte = $1\frac{1}{2}$ ℔., also $\frac{1}{2}$ ℔. mehr, als ☉.

18 ℔. Kupfer (♀) verlieren im Wasser von ihrem Gewichte = 2 ℔., also 1 ℔. mehr als ☉, und $\frac{1}{2}$ ℔. mehr als ☽.

37 ℔. Zinn (♃) verlieren im Wasser von ihrem Gewichte = 5 ℔.

23 ℔. Bley (♄) verlieren im Wasser von ihrem Gewichte = 2 ℔ ꝛc.

Waren bey des Königs Dionys von Syrakus Krone 18 ℔. reines Gold?

Nach Archimedes Probe nicht; denn sie verlohr im Wasser statt 1 ℔. von ihrem Gewichte = $1\frac{1}{3}$ ℔., also $\frac{1}{3}$ ℔. zuviel.

| | |
|---|---|
| Von wieviel ℔. ☽? da größrer Verlust = $\frac{1}{2}$ ℔. | kommt das $\frac{1}{3}$ ℔. größerer Verlust; von 18 ℔. ☽ in Vergleich mit ebensoviel ☉ kommt. |
| 1 \| 12 | von 12 ℔. beygemischt. ☽. |

Probe: 12 ℔. ☽ = 1 ℔. Verlust,
6 ℔ ☉ = $\frac{1}{3}$ ℔ do.

Summa = 18 ℔. Krone = $1\frac{1}{3}$ ℔. Verlust im Wasser.

## III. Regula quinque.

(Lehre von 5, ja zuweilen gar von 7 — 9 Sätzen.)

§. 47.

Die Regel von 5, so wie die Regel von 7 Sätzen verwandelt man in die Regel von 3 Sätzen, indem man bey der ersten allemal 2 Sätze und bey der andern allemal 3 Sätze in Einen einzigen verbindet. Welches die mit einander zu verbindenden Sätze sind, findet man leicht.

1) Ein

1) Ein Schneider braucht zu einem Kleide von $\frac{11}{4}$ breitem Tuche = $4\frac{3}{4}$ Ellen, da das Futter dazu nur $1\frac{1}{4}$ Elle breit ist, wieviele Ellen Futter braucht er?

| | | |
|---|---|---|
| Futter Elle? | | 1 Kleid; |
| breit | $\frac{5}{4}$ | |
| Kleid | 1 | $4\frac{3}{4}$ Ellen Tuch, $\frac{11}{4}$ breit |
| | 20 | 209 \| $10\frac{9}{20}$ Ellen Futter. |

2) Ein Soldat soll wegen eines begangenen Fehlers durch 400 Mann 8 mal Spitzruthen laufen; da nur 160 Mann in der Garnison liegen, wieviele mal muß er laufen, um die bestimmte Strafe zu empfangen?

| | | |
|---|---|---|
| Wieviel mal? | | 1 Strafe, |
| Mann | 160 | |
| Strafe | 1 | 400 Mann, 8 mal |
| | 2 | 40 \| 20 mal. |

3) Ein Freund borgt einem andern 780 fl. 5 Monate lang ohne Zinsen, mit dem Bedinge, daß er ihm gelegentlich einen gleichgroßen Dienst erweisen möge. Nun braucht er auf 8 Monate lang Geld; wieviel fl. muß ihm derjenige so lange borgen, welchem er obige Freundschaft erzeigte?

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| fl.? | | 1 Dienst, | Probe: | Welcher Dienst ist größer? | 780 fl., 5 Mon. |
| Mon. | 8 | | | | |
| Dienst | 1 | 780 fl., 5 Monate | | oder fl. $487\frac{1}{2}$, Mon. 8 | als der andere. |
| | 2 | 975 \| $487\frac{1}{2}$ fl. | | 195 | 195 \| einerley. |

4) Ein Freund, welcher 160 fl. 3 Monate lang
200 fl. 5 Monate lang
220 fl. 6 Monate lang
ohne Zinsen erhalten hatte, will seinem Freunde für diesen Dienst eine gleiche Gefälligkeit erzeigen. Wieviele fl. muß er

er ihm daher 8 Monate lang ebenfalls ohne Zinsen leihen?

| | | | |
|---|---|---|---|
| 160 fl. | 3 Mon. = | 480 | Kapital und Monate mit einander zu multipliziren. |
| 200 fl. | 5 Mon. = | 1000 | |
| 220 fl. | 6 Mon. = | 1320 | |
| 580 fl. | : | 2800 | $4\frac{24}{29}$. Es ist also gerade so, als wenn er ihm 580 fl. $4\frac{24}{29}$ Monate lang geborgt hätte. |

Nun ist der Ansatz:

| | |
|---|---|
| fl. ? / Mon. 8 | 1 Gefälligkeit, |
| Gefälligkeit 1 | $4\frac{24}{29}$ Monate, 580 fl. geborgt |
| 29 | 10150 \| 350 fl. |

5) 8 Wochen lang arbeiteten 15 Taglöhner, der Mann tägl. à 28 kr. Anstatt des Lohns, den sie zusammenkommen ließen, wollen sie Holz nehmen, 1 Klafter à 5 fl. 15 kr. Wieviele Klafter gehören ihnen?

| | |
|---|---|
| Klafter ? | 15 Taglöhner, 8 Wochen |
| (Woche 1 | 6 Arbeitstage.) |
| Tägl. 1 / Tag. 1 | 28 kr., |
| (kr. 60 | 1 fl.) |
| fl. $5\frac{1}{4}$ | 1 Klafter. |
| 1 | 64 Klafter. |

**Beweiß:** 1 Mann wöchentl. $2\frac{4}{5}$ fl.
15 Mann wöchentl. 15

| | |
|---|---|
| 30 | 64 Klafter |
| 12 | $5\frac{1}{4}$ fl. |
| 42 fl. | 320 |
| 15 Mann in Wochen = 8 | 16 |
| 336 fl. = | 336 fl. |

6)

6) 1 Klafter Buchenholz à 3 Fuß Länge kostet am Wasser 8 fl. Fränk. Nun kommt ein Schelch anderes Buchenholz à $3\frac{1}{4}$ Fuß Länge, was ist das werth?

| | | |
|---|---|---|
| Frk. fl. ? | 6 F. breit } | |
| | 6 F. hoch } 1 Klafter, | |
| | $3\frac{1}{4}$ F. lang. } | |
| { 6 F. breit, | | |
| 1 Klafter { 6 F. hoch, | | |
| { 3 F. lang. | 8 fl. Frk. | |
| 12 | 104 | 8 fl. 50 kr. Frk. |

oder, da das Gemäß immer am Wasser gleich ist, so:

| | | |
|---|---|---|
| Frk. fl. ? | $3\frac{1}{4}'$ Länge, | |
| Länge 3' | 8 fl. Fränk. | |
| 12 | 104 | 8 fl. 50 kr: Frk. |

| | | |
|---|---|---|
| 7) { Wieviele Tage? | an 1 Graben { 35 Fuß lang, | |
| { arbeiten 10 Mann | 2 Fuß breit, | |
| | $\frac{3}{4}$ Fuß tief; | |
| { 24' lang, | | |
| da an 1 Graben { 3' breit, | 5 Mann } | |
| { $\frac{1}{2}$ tief, | 6 Tage arbeiten. } | |
| 8 | 35 | $4\frac{3}{8}$ Tage. |

## Fracht-Rechnung.

### §. 48.

1 Fuhrmann, welcher 1 Ctnr. 3 Meilen weit für 1 Laubthl. zu führen versprochen hat, hat $37\frac{1}{4}$ Ctr. geladen und soll sie $17\frac{1}{3}$ Meilen weit führen. Was verdient er?

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| fl. rhnl. ? | $37\frac{1}{4}$ Ctr., } | | Probe: Lbthl. ? | 1 Ctr. } | |
| | $17\frac{1}{3}$ Meilen } | | | 3 Meil. } | |
| { Ctr. 1 | 1 Laubthl. | | { Ctr. $37\frac{1}{4}$ | $591\frac{3}{3}\frac{1}{6}$ fl. | |
| { Meil. 3 | | | { Ml. $17\frac{1}{3}$ | | |
| ( Lbth. 1 | $2\frac{3}{4}$ fl. rhnl. | | ( fl. 11 | 4 Lbthl. | |
| 36 | 21307 | 591 fl. $51\frac{2}{3}$ kr. | 3068208 | 3068208 | 1 Lbthl. |

Anmerk. Bekommt man für 37 1/4 Ctr., oder für 8 Ctr. mehr Fracht? Diese Frage läßt sich nicht beantworten, solange man die Meilen nicht weiß, wie weit die Ctr. geführt werden sollen. 8 Ctr. 15 Meilen weit betragen mehr, als 37 1/4 Ctr. 2 Meilen weit; folglich gehören Ctr. und Meilen jedesmal in einen Satz zusammen.

## Zinsen - Rechnung.

### §. 49.

Von 100 fl. Kapital kann man mehr Zinsen einnehmen, als von 1000 fl. Kapital, wenn nämlich die 100 fl. 20 Jahre und die 1000 fl. 1 Jahr } lang stehen; folglich gehören Kapital und Zeit zusammen.

1)

| | |
|---|---|
| Zins fl. ? | 573 fl. Kapital, 3$\frac{1}{4}$ Jahr, |
| (Kap. fl. 100, Jahr 1 | 5 fl. Zins. |
| 80 \| 7449 | 93 fl. 6$\frac{3}{4}$ kr. |

Probe:

| | |
|---|---|
| proC. fl. ? | 100 fl. Kap. 1 Jahr |
| (Kap. fl. 573, Jahr 3$\frac{1}{4}$ | 93$\frac{9}{80}$ fl. Zins. |
| 7449 \| 37245 | 5 fl. proC. |

2)

| | |
|---|---|
| Zins Lbthl. ? | 3158 fl. Kapit. 7$\frac{1}{3}$ Jahr |
| (Kap. fl. 100, Jahr 1 | 5$\frac{1}{2}$ fl. Zins. |
| (fl. 2$\frac{3}{4}$ | 1 Laubthl.) |
| 75 \| 34738 | 463 Lbthl. und 28$\frac{3}{5}$ kr. |

3)

| | |
|---|---|
| (Jahre? Kap. fl. 569 | 30 Convent. Thl. Zins, |
| (Convthl. 1, 5 | 2$\frac{2}{5}$ fl. 12 |
| (Zins fl. 5 | 100 fl. Kapital, 1 Jahr |
| 569 \| 1440 | 2$\frac{302}{569}$ Jahre (6$\frac{1}{2}$ Monat) |

| | |
|---|---|
| 4) Taglohn? | 358 fl. Kap. ) |
| | 7 Monate ) |
| (Kap. fl. 100. | 4 fl. Zins, |
| (Mon. 12. | |
| fl. 1 | 60 kr., |
| kr. 27 | 1 Taglohn. |
| 135 | 2506 \| $18\frac{76}{135}$ Taglohn. |

| | |
|---|---|
| 5) Kap. fl.? | $1613\frac{45}{48}$ fl. Kap. u. Zins zusammen. (in 5 Monaten à 5 proC.) |
| Kap. u. Zins fl. $102\frac{1}{12}$ (in 5 Mon. à 5 proC.) | 100 fl. Kapital. |
| 49 | 77469 \| 1581 fl. Kapital. |

| | |
|---|---|
| 6) Zins fl.? | $1613\frac{45}{48}$ fl. Kap. u. Zins zusammen, (in 5 Mon. à 5 proC.) |
| Kap. u. Z. fl. $102\frac{1}{12}$ (in 5 Mon. à 5 proC.) | $2\frac{1}{12}$ fl. Zins. |
| 2352 | 77469 \| $32\frac{2205}{2352}$ fl. |

2205
× 60 kr.

2352) 132300 | $56\frac{588}{2352} = \frac{1}{4}$ kr.
11760
14700
14112

Beweiß: 1581 fl. Kapital,
$32\frac{45}{48}$ fl. 5 monatl. Zinsen.

Summa = $1613\frac{45}{48}$ fl. Kap. und Zins.

45
60

48) 2700 | $56\frac{1}{4}$ kr.
240
300
288
12

## Zins aus Zinsen.

§. 50.

1) Wie hoch belauft sich ein Kapital von 10000 fl. nach 4 Jahren, wenn der Zins davon alljährlich zum Kapitale geschlagen worden ist und auch von diesem wieder Zins gerechnet wird?

Nach 1. Jahre:
Zinsen ?| 10000 fl.
fl. 100| 5 fl. Zins.
1|500 fl. Zinsen.

Nach 2 Jahren:
Zinsen ?| 10500 fl.
fl. 100| 5 fl. Z.
1|525 fl. Zinsen.

Nach 3 Jahren:
Zinsen ?| 11025 fl.
fl. 100| 5 fl. Zinsen.
1|551 $\frac{1}{4}$ fl. Zinsen.

Nach 4 Jahren:
Zinsen ?| 11576 $\frac{1}{4}$ fl.
fl. 100| 5 fl. Z.
1|578 $\frac{13}{16}$ fl. Zinsen.

11576 $\frac{1}{4}$ fl. zu Anfang } des 4ten Jahres
578 $\frac{13}{16}$ fl. zu Ende }

Summa = 12155 $\frac{1}{16}$ fl. Kapital und Zinsen zusammen.

oder:
10000 fl. Kapital.
500 fl. Zinsen.
525 fl. Zinsen.
551 $\frac{1}{4}$ fl. Zinsen.
578 $\frac{13}{16}$ fl. Zinsen.

Summa = 12155 $\frac{1}{16}$ fl. K. und Z. (3 $\frac{3}{4}$ kr.)

oder kürzer:

Kap. u. Zinsen?| 10000 fl. Kapit.
Kap. fl. $100^4$ | $105^4$ fl. Kap. und Zinsen.

100000000 | 12155,06250000 | 12155 $\frac{625}{10000}$ fl. (3 $\frac{3}{4}$ kr)

100 = 1. Potenz.
× 100
10000 = 2. Potenz.
× 100
1000000 = 3. Potenz.
× 100
100000000 = 4. Potenz. Divisor

$105^4$, d. h. 105 wird zur 4ten Dignität, Potenz, oder Potestät erhoben, z. B.

```
          105   = 1. Dignität,
        × 105
       ──────
        11025   = 2. Dignität,
        × 105
      ───────
      1157625   = 3. Dignität,
        × 105
    ─────────
    121550625   = 4. Dignität,
        ×   10000 fl. Kapit.
    ─────────────
 1215506250000 = Divid.
```

2) Wie hoch belauft sich ein Kapital von 2560 fl. à 5 proCent nach 2 Jahren und 9 Monaten mit Zinsen und Zins-Zinsen?

| | |
|---|---|
| Kapit. und Zins? | 2560 fl. Kapital, |
| Kapit. fl. 100 | 105 fl. Kap.. und Zinsen, |
| do. fl. 100 | 105 fl. Kap. und Zinsen, |
| do. fl. 100 | 105 fl Kap. und Zinsen, |
| do. fl. 100 | $103\frac{3}{4}$ fl. Kap. und Zinsen, |
| 7000000 | 2928,238080 \| 2928 fl. $14\frac{226}{625}$ kr. |

Sollte man ausrechnen wollen, wie hoch sich ein Kapital in 30 oder gar in 100 Jahren mit Zinsen und Zins-Zinsen belauft; so würde man, wenn man 105 (oder bey 6 Prozent 106) zur 30sten oder gar zur 100sten Dignität erheben müßte, eine sehr große Zahl bekommen. Die Rechnung mit Logarithmen ist daher hier vorzüglich zu empfehlen. (§. 51.)

## Lehre von den Logarithmen. cf. §. 33.

### §. 51.

Wenn man irgend eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, d. h. dieselbe zur 2ten Potenz (Würde) erhebt, das Produkt mit derselben Zahl aufs Neue multiplizirt, d. h.

sie

sie zur 3ten, 4ten, 5ten rc. Dignität erhebt, und über diese Reihe Zahlen in geometr. Progression die Zahlen 1, 2, 3, 4 rc. in arithmet. Progression setzt; so werden die Letzten, welche anzeigen, zur wievielsten Dignität eine Zahl erhoben worden ist (die Exponenten der Dignität) Logarithmen der ersten Zahlen genannt. (vom griech. λογος Verhältniß und αριθμος Zahl = Verhältniß-Zahl.)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) Z. B. | 3. | 9. | 27. | 81. | 243. | 729. |
| | 7 | | 8 | | 9 | |
| | 2187. | | 6561. | | 19683. u. s. w. | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| b) oder | 5. | 25. | 125. | 625. | 3125. | 15625. |
| | 7 | | 8 | | 9 | |
| | 78125. | | 390625. | | 1953125. u. s. w. | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| c) oder | 10. | 100. | 1000. | 10000. | 100000. | 1000000. |
| | | | 7 | | 8 | |
| | | | 10000000. | | 100000000. u. s. w. | |

Da man ausser den hier angeführten 3 Zahlen (3, 5 und 10) noch unendlich viele andere zur Wurzel (Basis, Grundzahl) annehmen kann; so sind unendlich viele logarithmische Systeme möglich. Das gemeinste ist von Heinr. Brigg, Professor in Oxford, wo 10 zur Grundzahl angenommen und wo von 10 der Logarithmus 1 ist. (Da 1 mit sich selbst multiplizirt, immer = 1 bleibt, so ist der Log. von 1 = 0.)

Da von 10 der Log. = 1 ist, so kann von den dazwischen liegenden Zahlen 1 bis 9 der Logarithmus ohnmöglich eine ganze Zahl (Kennziffer, Charakteristik,) sondern derselbe muß ein Bruch seyn, (Mantisse, Zugabe, Zusatz;) und um auch für die vielen Zahlen, die z. B. zwischen 10000 und 100000 liegen, (von welchen beyden Zahlen die Log. = 4 und 5 sind,) die Log. bestimmt ausdrücken zu können, nahm man Decimal-

Brü-

Brüche und sagte bey 10 statt Log. = 1 mit Dezimalbrüchen Log. = 1,0000000.

Da von 10 – als Wurzel – der Log. = 1,0000000,
u. von 100 – als Quadrat – der Log. = 2,0000000, also doppelt }
u. von 1000 – als Würfel – der Log. = 3,0000000, also dreymal } so groß ist

so ist folglich:

von 2 der Log. = 0,3010300 u. von 4 Log. = 0,6020600
u. von 8 Log. = 0,9030900.
von 3 der Log. = 0,4771213 u. von 9 Log. = 0,9542426
u. von 27 Log. = 1,4313639.
von 4 der Log. = 0,6020600 u. von 16 Log. = 1,2041200
u. von 64 Log. = 1,8061800.
von 5 der Log. = 0,6989700 u. von 25 Log. = 1,3979400
u. von 125 Log. = 2,0969100.
von 9 der Log. = 0,9542425 u. von 81 Log. = 1,9084850
u. von 729 Log. = 2,8627275.
von 99 der Log. = 1,9956352 u. von $99^2$ = 9801 Log. = 3,9912704
u. von $99^3$ = 970299 Log. = 5,9869056.
u. s. w.

(Die logarithm. Tabellen gehen gewöhnlich nur bis 10,000. z. B. die von Vlacq und Wolf; die vom Major Unterberger in Wien bis auf 20,000 und die von Carl Schulze in Berlin bis auf 101000.)

1) Will man den Log. von einer Natural-Zahl wissen, die größer als 10000 ist, so zergliedert man diese in ihre Factoren und nimmt deren Logarithmen.

Welches ist der Log. von 107724?

12) 107724 | 8977) . . . . . . Log. = 3,9531312.
Factores.
12) . . . . . . Log. = 1,0791812.
Summa Log. = 5,0323124.

2) Will man die Natural-Zahl wissen, wenn der Log. größer, als 4,0000000 ist; so vermindert man die Kennziffer um soviele Einheiten, bis man sie in

der

der Tafel findet, und hängt dafür soviele Nullen oder Ziffern an, als man Einheiten weggelassen hat, z. B.

Log. = 4,2157169. Findet man diesen Log. nicht, so nimmt man Log. = 3,2156376, bey welchem steht = 1643. Da 1 Einheit weniger, 1 Nulle angehängt = 16430.

Der Log. = 4,2157169. ist etwas größer, als der dafür angenommene
Log. = 3,2156376. in der Tafel; die Natural-Zahl muß daher auch noch größer seyn, als 16430.

= 793 Differenz = Zähler des Bruchs; und auch hier wird 1 Nulle angehängt,

also = 7930. Zu dem Zähler des Bruchs fehlt noch der Nenner. Man findet ihn also:

von 1644 ist der Log. = 3,2159018 und
von 1643 ist der Log. = 3,2156376, also
Differenz = 2642 = Nenner.

Zähler und Nenner zusammen = $\frac{7930}{2642}$, welches ein unächter Bruch ist, da noch Ganze darin enthalten sind.

2642) 7930 | 3 Ganze noch mehr; es giebt daher
7926
4

der Log. = 4,2157169 die Natural-Zahl = 16433.

## Nutzen der Logarithmen.

§. 52.

a) Mittelst der Logarithmen wird das, bey großen Zahlen so beschwerliche, Multipliziren in Addiren verwandelt, z. B.

1) 729 = Log. 6. nach §. 51. a)
× 27 = Log. 3. — — —
5103 Log. 9. nach §. 51. a) 19683.
1458
19683.

2) 15625 = Log. = 6. nach §. 51. b).
125 = Log. = 3. — — —
78125 Log. = 9. welcher nach §. 51. b)
31250 = 1953125 angiebt.
15625
1953125.

b) Das Dividiren wird in Subtrahiren verwandelt, z. B.

27) 19683 | 729. Von 19683 nach §. 51. a) Log. = 9.
189 von 27 — — Log. = 3.
78 Log. = 6.
54 Rest = 729.
243
243

c) Das Ziehen der Quadrat-Wurzel wird in Dividiren mittelst des Divisors 2. verwandelt, z. B.

$\sqrt{}$ 65,61 | 81. Log.
64 Von 6561 Log. = 8. | 4 = 81. nach
161 2) §. 51. a)
(161)
161
000

d) Das Ziehen der Cubic-Wurzel wird in Dividiren mittelst des Divisors 3. verwandelt, z. B.

$\sqrt[3]{}$ 19,683 | 27. Log.
8 Von 19683 Log. = 9 | 3 = 27. nach
11683 3) §. 51. a)
(12)
84
294
343
11683
00000

Wie die Quadrat-Wurzel auf die gewöhnliche Weise ausgezogen werde, dieß kann nur dann deutlich gezeigt werden, wann gelehrt worden ist, wie eine Zahl zur 2ten **Potenz**, oder zum **Quadrate** zu erheben seye. Z. B.

$536^2$. a) Auf die gewöhnliche Weise:

$$\begin{array}{r} 536 \\ 536 \\ \hline 3216 \\ 1608\phantom{0} \\ 2680\phantom{00} \\ \hline 287296 \end{array} = \textbf{Quadrat.}$$

oder:

b) 1) $500^2 \quad . \quad . \quad = 250000 = 250000$

$500 \times 30 = 15000$ } $= 30000$ }
$30 \times 500 = 15000$ }                } $= 30900$
2) $30^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 900$ }

$530 \times 6 = 3180$ } $= 6360$ }
$6 \times 530 = 3180$ }             } $= 6396$
3) $6^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . = 36$ }

$287296 = 287296$ **Quadrat.**

oder:

c) mit Weglassung der Nullen, wo jede folgende Zahl um **eine** Reihe von der Linken zur Rechten zurückgesetzt werden muß. Z. B. $536^2$.

1) $5^2 \quad . \quad . \quad . \quad = 25$

2) $\{5 \times 3 = 15 \times 2 = 30 = 30$
   $\{3^2 \quad . \quad . \quad . \quad = 9$

3) $\{53 \times 6 = 318 \times 2 = 636 = 636$
   $\{6^2 \quad . \quad . \quad . \quad = 36$

$287296$ **Quadrat.**

Das Quadrat **vielziffriger** Zahlen erhält man also, wenn man

1) jede einzelne Ziffer quadrirt und
2) das Produkt der vorhergehenden in die folgenden } Ziffern,
u. das Produkt der folgenden in die vorhergehenden }
oder kürzer noch: das **doppelte** Produkt jeder folgenden Ziffer in die vorhergehenden nimmt.

Nach

Nach eben dieser Regel verfährt man denn auch bey dem Ausziehen der Quadrat-Wurzel, z. B.

√ 28,72,96 | 500. (500² = 250000.)

1. □ = 250000
372 96
(100 00)
2. □ = 309 00 30.
63 96
(10 60)
3. □ = 63 96
0. 6.
536.

2.) Nimmt man die gefundene Wurzelzahl 500 doppelt = 1000 und hängt daran, da die folgende Wurzelzahl ein Zehner ist, eine 0 = 10000, so hat man den neuen Divisor und findet 30.

(500 ⋊ 30 = 15000 ⋊ 2 = 30000 und
30 ⋊ 30 . . . . . . = 900
30900.)

3.) Mit dem Doppelten der gefundenen Wurzelzahlen dividirt, findet man die folgende Wurzel, z. B. 530 ⋊ 2 = 1060.

(530 ⋊ 6 = 3180 ⋊ 2 = 6360 und
6 ⋊ 6 . . . . . . = 36
6396.)

oder kürzer mit Weglassung der Nullen wie bey e).

²√ 28,72,96 | 536. Quadrat-Wurzel.

b) 25
c) 372
d) (103. e)
f) 309.
g) 63 96.
(10 66)
63 96
0

a.) Man schneidet von der Rechten zur Linken 2 u. 2 Ziffern ab, so oft, als möglich. Hier 3 mal, also 3 Wurzelziffern.

b.) Sucht dann die Wurzel zu den Zahlen vor dem vordersten Komma — also hier zu 28 — aus folgendem Täfelchen:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Wurzel: | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
| Quadrat: | 1. | 4. | 9. | 16. | 25. | 36. | 49. | 64. | 81. |

und sagt, wie beym gewöhnlichen Dividiren: 5 in 28 = 5 mal; 5 mal 5 = 25 von 28 = 3.

c.) Zum Reste kommen die 2 folgenden Ziffern = 372.

d.) Der neue Divisor wird gefunden, wenn man den Quotienten doppelt nimmt, und dann so unter den Dividend gesetzt, daß die hinterste Reihe leer bleibt = 10.

e.) Der neue Quotient 3 kommt an den gewöhnlichen Ort, wie beym Dividiren, aber auch an die leere Stelle nach dem Divisor in d = 103.

 f.) Der

f.) Der neue Quotient 3 wird mit 103 multiplizirt, = 309, welche Zahl von der obern bey c. abgezogen wird. (Eigentlich $100 \times 3 = 300$ und
$3 \times 3 = 9$
309 zusammengezogen.)

g.) Nun verfährt man wieder, wie oben bey c. u. s. w. (Die Anwendung in der Geometrie.)

Eben so kann das Ausziehen der Cubic-Wurzel nach der gewöhnlichen Art nicht eher deutlich gemacht werden, als bis man weiß, wie eine Zahl zur 3ten Potenz oder zum Würfel zu erheben seye. Z. B. $536^3$

a) Auf die gewöhnliche Weise: $536^2 = 287296$ = Quadrat.

$$\begin{array}{r} 287296 \\ 536 \\ \hline 1723776 \\ 861888 \\ 1436480 \\ \hline 153990656 \end{array} = \text{Cubus.}$$

oder

b) 1) $500^3$ . . . 125000000 . = 125000000.

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} 500 \times 500 = 250000 \times 30 = 7500000 \\ 500 \times 30 = 15000 \times 500 = 7500000 \\ 30 \times 500 = 15000 \times 500 = 7500000 \end{array}\right\} 22500000 \\ \left.\begin{array}{l} 500 \times 30 = 15000 \times 30 = 450000 \\ 30 \times 500 = 15000 \times 30 = 450000 \\ 30 \times 30 = 900 \times 500 = 450000 \end{array}\right\} 1350000 \\ \text{2) } 30^3 \quad . \; . \; . \; 27000 \; . \; 27000 \end{array}\right\} 23877000.$$

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} 530 \times 530 = 280900 \times 6 = 1685400 \\ 530 \times 6 = 3180 \times 530 = 1685400 \\ 6 \times 530 = 3180 \times 530 = 1685400 \end{array}\right\} 5056200 \\ \left.\begin{array}{l} 530 \times 6 = 3180 \times 6 = 19080 \\ 6 \times 530 = 3180 \times 6 = 19080 \\ 6 \times 6 = 36 \times 530 = 19080 \end{array}\right\} 57240 \\ \text{3) } 6^3 \quad . \; . \; . \; . \; 216 \; . \; 216 \end{array}\right\} \begin{array}{r} 5113656 \\ \hline 153990656 \text{ Cubus.} \end{array}$$

153990656 Würfel.

oder c) mit Weglassung der Nullen ꝛc.

1) Würfel von 5 . . . $= 125.$

2) Das 3fache Produkt aus dem □ der ersten Ziffer in die 2te;
(5 × 5 = 25 × 3 = 75 × 3 = 225

Das 3fache Produkt aus dem □ der 2ten Ziffer in die 1ste;
(3 × 3 = 9 × 5 = 45 × 3 . = 135

Würfel von 3 . . . = 27

3) (53 × 53 = 2809 × 6 = 16854 × 3 = 50562
(6 × 6 = 36 × 53 = 1908 × 3 = 5724
($6^3$ . . . . = 216

153990656 Würfel.

Den Würfel vielziffriger Zahlen erhält man also, wenn man

1) den Würfel jeder einzelnen Ziffer,
2) das 3fache Produkt aus dem □ der vordern Ziffern in die hintern, und
3) das 3fache Produkt aus dem □ der hintern Ziffern in die vordern nimmt.

Und nach eben dieser Regel hat man auch bey dem Ausziehen der Cubic-Wurzel zu verfahren; z. B.

$\sqrt[3]{153990656}$ | 500.
1. Cub. = 125000000
28990656
(7500000)
22500000 }
1350000 } add.
27000 } 30.
2. Cub. = 23877000 Summa
5113656 abgez.
(842700)
5056200 }
57240 } add.
216 } 6.
3. Cub. = 5113656 abg. 536.
Rest = 0 Wurzel

($500^3 = 125000000.$)

b) $500^2 = 250000 \times 3 = 750000.$ und da die folgende Wurzelzahl ein Zehner, noch eine 0 angehängt: so hat man 7500000, als den andern Factor oder Divisor und findet damit 30.

($500^2 = 250000 \times 30 = 7500000.$
3 mal.
22500000.)

($30^2 = 900 \times 500 = 450000.$
3 mal.
1350000.)

($30^3 = 27000.$)

c) $530^2 = 280900 \times 3 = 842700.$ neuer Divisor, mit welchem man 6 findet.

($530^2 = 280900 \times 6 = 1685400.$
3
5056200.)

($6^2 = 36 \times 530 = 19080$
3
57240.)

($6^3 = 216.$)

oder kürzer mit Weglassung der Nullen:

$\sqrt[3]{153,990,656}$ | 536 Cubic-Wurzel.

```
1. Cub. b) 125
        c)  28990
        d)  (75)
        e)  225
        f)   135
        g)    27
2. Cub. h)  23877
        i)   5113656
            (8427)
             50562
              5724
               216
3. Cub. =    5113656
                   0
```

a) Man schneidet von der Rechten zur Linken 3 und 3 Zahlen ab; hier 3 mal, also bestehet die Wurzelzahl aus 3 Ziffern.

b) Sucht zu den Zahlen vor dem vordersten Komma die Wurzel aus folgendem Täfelchen:

(Wurzel: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.
(Würfel: 1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729.

und setzt nun, wie beym gewöhnlichen Dividiren, 5 die Wurzel von 153, hinter den Cubikzahlen hin und sagt: 5 mal 5 = 25 × 5 = 125; und 125 abgezogen von 153 = 28.

c) Zum Reste kommen die 3 folgenden Ziffern herunter = 28990.

d) Der neue Divisor wird gefunden, wenn man die Wurzelzahl 5 quadrirt, und das □ mit 3 multiplizirt = 25 × 3 = 75, und dann so unter den Dividend gesetzt, daß die 2 hintersten Reihen leer bleiben.

e) 7 in 28 = 3 mal und mit dieser neuen Wurzelzahl wird der neue Divisor multiplizirt = 75 × 3 = 225. (Eigentlich das □ der vordern Ziffer in die hintere 3fach; das 3fache des □ der vordern Ziffer = Divisor, daher nur noch mit der neuen Wurzel multiplizirt.)

f) Das 3fache Produkt aus dem □ der hintern Ziffer in die vorhergehende; $3^2 = 9 \times 5 = 45$
3 mal
135.

g) Der Würfel der neuen Wurzelzahl 3 = 27.

h) Die 3 Reihen Zahlen e, f und g werden addirt, und die Summa bey h von den Zahlen bey c abgezogen.

i) Zu dem Reste die folgenden 3 Ziffern, wie bey c u. s. w.

(Die Anwendung in der Stereometrie.)

$$\left(\tfrac{3}{4}\right)^2 = \tfrac{9}{16} \text{ und } \left(\tfrac{5}{8}\right)^2 = \tfrac{25}{64}.$$

$$\sqrt{\tfrac{9}{16}} = \tfrac{3}{4} \text{ und } \sqrt{\tfrac{25}{64}} = \tfrac{5}{8}.$$

$$\left(\tfrac{3}{4}\right)^3 = \tfrac{27}{64} \text{ und } \left(\tfrac{5}{8}\right)^3 = \tfrac{125}{512}.$$

$$\sqrt[3]{\tfrac{27}{64}} = \tfrac{3}{4} \text{ und } \sqrt[3]{\tfrac{125}{512}} = \tfrac{5}{8}.)$$

($\frac{3}{4} = 0{,}75^2$. und $\frac{5}{8} = 0{,}625^2$

```
  0,75              0,625
  0,75              0,625
  ----              -----
   375              3 125
  525              12 50
  ----             375 0
= 0,56 25 = 9/16.  --------
                 = 0,390 625 = 25/64.
```

$\frac{3}{4} = 0{,}75^3 =$

```
      0,56 25
      0,7500
   ----------
     281 2500
    3937 5
   ----------
 = 0,4218 7500 = 27/64.
```

```
√ 0,56|25 | 0,75.
  49|
 -------
  7 25
 (1 45)
  7 25
 -------
    0
```

(Das Ausziehen der □ und Cub. Wurzeln geschieht bey den Decimal-Brüchen, wie bey den ganzen Zahlen; nur muß man beym Abtheilen in 2 und 2 Zahlen, oder 3 und 3 Zahlen bey den Decimal-Bruch-Ziffern von der Linken zur Rechten anfangen, z. B.

```
3                               2
√ 0,421|875 | 0,75.             √ 3|78|6  | 1,94.
  343|                            1|
 --------                        -----
  78 875                          278
 (147)                            (29)
  73 5                            261
   5 25                          -----
     125                          1760
 --------                         (384)
  78 875                          1536
 --------                        -----
      0.                          224.)
```

(Das Zeichen √ war ursprünglich ein r, der Anfangs-Buchstabe des Wortes radix, Wurzel.)

## Anwendung der Logarithmen auf Zinsen-Rechnung. §. 53.

1) Kap. u. Zins fl. ? | 10000 fl. Kapit. in 4 Jahren,
Kap. fl. 100 | 105 fl. Kap. u. Zins.
Kap. fl. 100 | 105 fl. Kap. u. Zins.
Kap. fl. 100 | 105 fl. Kap. u. Zins.
Kap. fl. 100 | 105 fl. Kap. u. Zins.

100000000 | 12155.06250000 | $12155\frac{625}{10000}$ fl. Kapital mit Zinsen u. Zins-Zinsen.

625
× 60 kr.

10000) 37500 | $3\frac{3}{4}$ kr.
30000

$\frac{7500}{10000} = \frac{3}{4}$

Von 105. Log. = 2.0211893
× 4 Jahre

8.0847572

Von 10000. Log. = 4.0000000

Log. = 12.0847572 Summa.
— 8.0000000 Log. v. 100 = 2.0000000.
× 4. Jahre.
8.0000000.

Log. = 4.0847572. Rest.
Log. = 3.0845763. von 12150 fl.

Differenz = 18090.

Zwischen 12151 u. 12150 Diff. = 3573.

3573) 18090 | 5 fl.
17865
225.

Die ganze Summa also = 12155 u. $\frac{225}{3573}$ fl.

225
× 60 kr.

3575) 13,500 | $3\frac{2}{3}$ kr.
10719

$\frac{2781}{3573}$ zwischen $\frac{3}{4}$ u. $\frac{2}{3}$. cf. §. 50. 1.

2) Die Gemeindeglieder eines armen Dörfchens legten 100 fl. rhnl. zusammen, um sie unter folgenden Bedingungen auszulehnen:

a) sollte dieses Kapitälchen nur zur Aushülfe bey ausserordentlichen Unglücksfällen der Gemeinde dienen und damit dieser Nothpfennig mit der Zeit um so bedeutender werden möchte,

b) sollten die jährlichen Zinsen ebenfalls zum Kapitale geschlagen werden.

Gerade nach 100 Jahren, binnen welcher langen Zeit man nicht nöthig gehabt hatte, das Geld aufzukündigen, kam dieses Dörfchen durch Krieg, Theuerung rc. in die traurigste Lage und es nahm seine Zuflucht zu seinem ausstehenden Kapitale.

Wie hoch mag sich das anfänglich aus 100 fl. rhnl. bestandene Kapitälchen durch den Zuwachs von Zinsen und Zinszinsen wohl belaufen haben?

K. u. Z. fl.? | 100 fl. rhnl. Kapit.
K. fl. $100^{100}$ | $105^{100}$ fl. K. u. Z. = Log. = 2.0211893.
× 100 Jahre.
202.1189300 dazu komt

Von 100 fl. Kapit.
Log. = 2.0000000.
× 100 Jahre
2.000000000.

Log. = 2.0000000 v. 100 fl K.
204.1189300. Summa.
Log. 2.000000000. abgezogen,
Log. = 4.1189300. Rest.
Nach §. 51. 2) Log. = 3.1189257 v. 13150 fl.

Von 1316. Log. = 3.1192559
Von 1315. Log. = 3.1189257.
Differ. = 3302. Nenner.

Differ. = 430 Zähler.
× 60 kr.
: 25800 | 7 2/3 kr.
23114
2686
3302

Dem armen Dörfchen mögen 13150 fl. $7\frac{2}{3}$ kr. gut zu Statten gekommen seyn!

Zeit-

## Zeit- und Ziel-Rechnung.

§. 54.

1) Es hat Jemand einen Accord abgeschlossen, nach welchem er in 1 Jahre 100 fl.
in 2 Jahren 100 fl.
in 3 Jahren 100 fl.
in 4 Jahren 100 fl.
} zu bezahlen hat.

Summa = 400 fl. Da ihm diese Fristen-Zahlung in der Folge nicht gefällt, so will er die 400 fl. auf einmal erlegen. Thut er dieß aber im 1sten Jahre, so hat er Schaden, will ers im 4ten Jahre thun, so weigert sich der Empfänger.

Wann sind, ohne Nachtheil beyder Partheien, die 400 fl. auf einmal zu erlegen?

Da sowohl die Fristen, als die jährl. Summen gleich sind, so verfährt man also:

1 Jahr, oder 1ste Frist;
4 Jahre, oder 4te Frist.

2) 5 | $2\frac{1}{2}$ Jahr also die Mittelzahl.

Beweis: 1s 100 fl. im 2n Jahre 5 fl. Zins.

400 fl. auf einmahl ausgelehnt.

1s u. 2s 100 fl. = 200 fl. im 3n Jahre 10 fl. Zins = halbjäh. Zinsen = 10 fl.
1s, 2s u. 3s 100 fl. = 300 fl. im 4n Jahre 15 fl. Zins = jährige do. = 20 fl.
1. 2. 3. u. 4s 100 fl. = 400 fl. im 5n Jahre 20 fl. Zins = do. do. = 20 fl.

Summa 50 fl. Zinsen = Summa 50 fl. Z.

2) Sind die Fristen und die Zahlungen ungleich, so werden dieselben mit einander multiplizirt und das Produkt mit der Summa des Geldes dividirt.

200 fl. in 3 Monaten zahlbar, = 600.
300 fl. in 4 Monaten zahlbar, = 1200.
500 fl. in 6 Monaten zahlbar, = 3000.

1000 fl. : 4800 | in $4\frac{4}{5}$ Monaten auf einmahl zahlbar.

3) 200 fl.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3) 200 fl. in 3 Mon. zahlbar = | 600. | und bezahlt 300 fl. in 3 Mon. = | 900. |
| 300 fl. in 4 Mon. zahlbar = | 1200. | und bezahlt 400 fl. in 4 Mon. = | 1600. |
| 500 fl. in 6 Mon. zahlbar = | 3000. | und bezahlt 100 fl. in 5 Mon. = | 500. |
| 1000 fl. | 4800. | bezahlt 800 fl. | 3000. |
| 800 fl. | 3000. | | |
| 200 fl. Rest. : | 1800 | erst in 9 Monaten zu entrichten, weil einige Hundert Gulden vor dem Termine bezahlt worden sind. | |

## Abzugs - Rechnung.

§. 55.

Wird das Geld, das nach einem gewissen Zeitraume erst zu bezahlen war, sogleich baar erlegt, so werden die Zinsen, die der Empfänger bis zu diesem Termine einnimmt, zurückbehalten. (Rabat, Disconto;) sonst bekäme er ja doppelte Zinsen.

1) Jemand, der nach 1 Jahre 100 fl.
nach 2 Jahren 100 fl.
nach 3 Jahren 100 fl.
nach 4 Jahren 100 fl.
Summa = 400 fl.
zu bezahlen hat, will diese Schuld sogleich baar abtragen. Hat er 400 fl. zu bezahlen?

a) Man sucht erst wieder die Mittelzahl, wann die 400 fl. ohne Nachtheil beyder Partheien auf einmahl zu erlegen sind, wie oben §. 52. z. B. 1 Jahr.
4 do.
2) 5 | $2\frac{1}{2}$ Jahr Mittelzahl.

b) Hier-

b) Hierauf berechnet man von 400 fl. Kapit. und Zins $2\frac{1}{2}$ jährige Zinsen und zieht sie von der Summa ab; z. B.

| | |
|---|---|
| baar fl.? | 400 fl. Kap. und Zins (in $2\frac{1}{2}$ Jahr, à 5 proC.) |
| Kap. und Z. fl. $112\frac{1}{2}$ (in $2\frac{1}{2}$ J. à 5 proC.) | 100 fl. baar. |
| 225 | 80000 \| $355\frac{5}{9}$ baar ($33\frac{1}{3}$ kr.) |

| | |
|---|---|
| Probe: Kap. u. Zins? | $355\frac{5}{9}$ fl. baar, (in $2\frac{1}{2}$ J. à 5 proC.) |
| fl. baar 100 (in $2\frac{1}{2}$ J. à 5 proC. | $112\frac{1}{2}$ fl. Kap. u. Zins |
| 9 | 3600 \| 400 fl. Kap. u. Zinsen. |

2) Ein Haus wird um 2400 fl. rhnl. verkauft und zwar so, daß 1000 fl. sogleich baar daran bezahlt und der Rest von 1400 fl. binnen 28 Jahren, jährl. mit 50 fl. abgetragen werde. Bald nach dem Abschlusse dieses Kaufes thut der Käufer eine große Erbschaft und er will nun das Haus baar bezahlen. Wie hoch kommt es um baar Geld?

28 Jahr,
1 do.

2) 29 | $14\frac{1}{2}$ Jahr.

| | |
|---|---|
| Baar fl.? | 1400 fl. Kap. u. Zins, ($14\frac{1}{2}$ Jahr à 5 proC.) |
| Kap. u. Z. fl. $172\frac{1}{2}$ ($14\frac{1}{2}$ J. à 5 proC. | 100 fl. baar, |
| 69 | 56000 \| 811 fl. $35\frac{15}{23}$ kr. baar statt 1400 fl. in Fristen. |

1000 fl. — kr. baar sogleich erlegt.

Summa = 1811 fl. $35\frac{15}{23}$ kr. baar.

Probe:

| | |
|---|---|
| Probe: Kap. u. Zins fl.? | 811 $\frac{41}{69}$ fl. Kapit. baar, (14 $\frac{1}{2}$ J. à 5 proC.) |
| baar fl. 100 (14 $\frac{1}{2}$ J. à 5 proC. | 172 $\frac{1}{2}$ fl. Kap. u. Zinsen. |
| 69\|96600 | 1400 fl. K. u. Zinsen. |

| | |
|---|---|
| oder: Zins fl.? | 811 $\frac{41}{69}$ fl. Kap. } 14 $\frac{1}{2}$ Jahr } |
| { Kap. fl. 100 { Jahr 1 | 5 fl. Zins. |
| 69\|40600 | 588 $\frac{28}{69}$ fl. Zins<br>811 $\frac{41}{69}$ fl. Kap. |

Summa = 1400 fl.

Wer nach Beysp. 1) für 400 fl., erst in 2 1/2 Jahren zahlbar, 355 5/9 fl. sogleich baar erhält, der hat, wenn er nach 2 1/2 Jahren 44 4/9 fl. Zinsen dazu rechnet, also ebenfalls

400 fl.; ja er hat noch mehr, als ihm gehörte, wenn man annimmt, daß er, ehe der Andere noch einen Heller einnehmen konnte, von seinen 355 5/9 fl. alljährlich nicht nur die Zinsen, sondern auch von diesen Zinsen sogar wieder Zinsen erhält.

| | |
|---|---|
| Kap. u. Zins-Zinsen? | 355 fl. Kapit. } 2 1/2 Jahr } |
| { Jahre 2 1/2 { Kap. fl. 100 | 105 fl. K. u. Z. Log. = 2.0211893 |

| | |
|---|---|
| | : 1/2 mal. |
| Log. = 2.0000000. | 40423786 |
| 2 1/2 mal. | 10105946 |
| 4.0000000. | 5.0529732. |
| 1.0000000. | Log. = 2.5502284. von 355. |
| 5.0000000. | Summa = 7.6032016. |
| | − 5.0000000. |
| | 2.6032016. |

(Statt 400 fl.) 402 fl. K. u. Zins-Zinsen vom Log. = 2.6042261.

Doch dieser Unterschied ist bey einem Zeitraume von 2 1/2 Jahren noch unbedeutend, wird aber desto größer, je länger der Termin ist, nach welchem die Gelder zahlbar sind, wie dieß bey Exempel 2) der Fall ist.

Kap.

Kap. und Zins-Zinsen? | 811 fl. Kapit.)
| 14 1/2 Jahr)
(Jahren 14 1/2 |
(Kap. fl. 100 | 105 fl. K. u. Z. Log. = 2.0211893.
14 1/2 mal.

Log. = 2.0000000.
14 1/2 mal
28.0000000
1.0000000
29.0000000.

8.0847572
20.211893
1.0105946
29.3072448.
Log. = 2.9090208 von 811
Summa = 32.2162656
— 29.0000000.
3.2162656.
Log: = 3.2161659 von 1645.

811 fl. Kap. belaufen sich also in 14 1/2 Jahren mit Zinsen auf 1400 fl.
und mit Zinsen und Zins-Zinsen auf 1645 fl.
und gleichwohl war hier der Bruch = $\frac{4}{6}\frac{1}{9}$ fl. noch weggelassen.

In diesem Falle muß der Ansatz auf nachstehende Weise gemacht werden.

1) Fragt man, wie hoch sich 1400 fl. in 14 1/2 Jahren mit Zinsen und Zins-Zinsen belaufen?

Kap. u. Zins-Zinsen? | 1400 fl. Kap.
J. 14 1/2 | 14 1/2 J.
Kap. fl. 100 | 105 fl. K. u. Z. Log. = 2.0211893.
14 1/2 mal.

29.3072448
Log. = 3.1461280 von 1400.
Summa = 32.4533728
— 29.0000000
3.4533728.

Log. = 2.0000000
14 1/2 mal
29.0000000

Von 2840 fl. (Kap. u. Zinsen) Log. = 3.4533183.

2) Setzt man an:

Baar? | 1400 fl. K. u. Zins.) — Log. = 3.1461280.
| 14 1/2 J. à 5 proC.)
(Kap. u. Zinsen fl. 2840 |
(à 5 proC. J. 14 1/2 | 1400 fl. baar. Log. = 3.1461280.

Summa = 6.2922560.
Log. = — = 3.4533183.
2.8389377.

Von 690 fl. (statt 811 fl. oben) Log. = 2.8388491.

oder

oder kürzer:

```
von 105 Log. = 2.0211893.
von 100 Log. = 2.0000000
    Different. 0.0211893 ×
                    14 1/2
               0.0847572
              00.211893
               0.0105946
               0.3072448 abgezogen
von 1400 Log. = 3.1461280
    Log. = 2.8388832 von Naturalzahl = 690 fl.
```

Daß für 1400 fl., erst in 14 1/2 Jahren zahlbar, 690 fl. baar nicht zu wenig sind, läßt sich also beweisen:

```
Kap. u. Zins-Zinsen? | 690 fl. baares Kap.
                     |  14 1/2 Jahr
  Jahr 14 1/2        |
  Kap. fl. 100       | 105 fl. K. u. Zinsen. Log. = 2.0211893.
                                                   14 1/2mal.
                                               29.3072448.
Log. 2.0000000.            Log.  =             2.8388491. v. 690.
    14 1/2 mal.            Summa =            32.1460939.
   29.0000000.                                 29.0000000.
                                                3.1460939.
                           Log.  =              3.1461280. v. 1400
```

und wäre anstatt der runden Zahl 690 fl. noch der Bruch dazu genommen worden, so hätten, mit Zinsen und Zins-Zinsen davon, die 1400 fl. ganz genau herauskommen müssen.

## Schulden-Tilgungs-Rechnung.

### §. 56.

Bezahlt man 20 Jahre lang alljährlich nur soviel, als die Zinsen von 200 fl. Kapital betragen, nämlich 10 fl.; so hat man nach dem Verlaufe dieser Zeit wohl 200 fl. bezahlt, allein nur Zinsen und das Kapital von 200 fl. steht noch ganz.

Bezahlt man ausser den 10 fl. Zinsen 20 Jahre hindurch auch alljährlich noch 10 fl. zur Verminderung des Kapitals selbsten; so würde das Kapital binnen dieser

Zeit

Zeit nicht nur gänzlich abgetragen, sondern auch an Interessen mehr bezahlt worden seyn, als nöthig war, da man von dem Zurückbezahlten keine Zinsen mehr zu bezahlen brauchte.

Wieviel hat man also alljährlich zu bezahlen, wenn binnen 20 Jahren nicht nur das Kapital selber abgetragen, sondern auch die Zinsen bezahlt werden sollen?

Also etwas mehr, als 10 fl. jährl.
und etwas weniger, als 20 fl. jährl.

Man sucht daher 1) die Mittel-Zahl entweder vom Kapitale, oder von den Jahren; z. B.

| | |
|---|---|
| 200 fl. im 1sten Jahre. | 1tes Jahr. |
| 10 fl. im letzten do. | 20tes do. |
| 2)210 \| 105 fl. K. Mittel-Zahl. | 2)21 J. \| $10\frac{1}{2}$ J. Mittel-Zahl. |

Man sucht dann 2) entweder die Zinsen allein, oder Kapital und Zinsen zusammen? Z. B.

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) Zinsen? | 105 fl. Kap. 20 Jahren | od. Zinsen? | 200 fl. Kap. $10\frac{1}{2}$ Jahr |
| fl. 100 Jahr 1 | 5 fl. Zinsen. | fl. 100 J. 1 | 5 fl. Zinsen. |
| 1 | 105 fl. Zinsen zus. | 1 | 105 fl. Zinsen zus. |

20) 105 | $5\frac{1}{4}$ fl. Zins müßen alljährlich ausser den 10 fl., die am Kapitale abzutragen sind, bezahlt werden, Summa = $15\frac{1}{4}$ fl.

oder noch kürzer: Im 1n Jahre 200 fl. Kap. = 10 fl. Zinsen,
im 20n do. 10 fl. do. = $\frac{1}{2}$ fl. do.
Summa = $10\frac{1}{2}$ fl Zinsen,
$5\frac{1}{4}$ fl. Mittel-Zahl.

| | | |
|---|---|---|
| b) Kap. u. Zinsen? | 200 fl. Kapit. $10\frac{1}{2}$ Jahr | |
| Kap. 100 Jahr $10\frac{1}{2}$ | $152\frac{1}{2}$ fl. Kap. u. Z. | 20)305 \| $15\frac{1}{4}$ fl. |
| 1 | 305 fl. K. u. Z. zus. | |

Beweiß:

Beweiß:

| Jahre. | Zurückgezahltes Kap. | Zinsen. | Schuldenstand. |
|---|---|---|---|
| 1. | = 10 fl. Kap. | 10 fl. | 190 fl. |
| 2. | = 10 fl. Kap. | $9\frac{1}{2}$ fl. | 180 fl. |
| 3. | = 10 fl. Kap. | 9 fl. | 170 fl. |
| 4. | = 10 fl. Kap. | $8\frac{1}{2}$ fl. | 160 fl. |
| 5. | = 10 fl. Kap. | 8 fl. | 150 fl. |
| 6. | = 10 fl. Kap. | $7\frac{1}{2}$ fl. | 140 fl. |
| 7. | = 10 fl. Kap. | 7 fl. | 130 fl. |
| 8. | = 10 fl. Kap. | $6\frac{1}{2}$ fl. | 120 fl. |
| 9. | = 10 fl. Kap. | 6 fl. | 110 fl. |
| 10. | = 10 fl. Kap. | $5\frac{1}{2}$ fl. | 100 fl. |
| 11. | = 10 fl. Kap. | 5 fl. | 90 fl. |
| 12. | = 10 fl. Kap. | $4\frac{1}{2}$ fl. | 80 fl. |
| 13. | = 10 fl. Kap. | 4 fl. | 70 fl. |
| 14. | = 10 fl. Kap. | $3\frac{1}{2}$ fl. | 60 fl. |
| 15. | = 10 fl. Kap. | 3 fl. | 50 fl. |
| 16. | = 10 fl. Kap. | $2\frac{1}{2}$ fl. | 40 fl. |
| 17. | = 10 fl. Kap. | 2 fl. | 30 fl. |
| 18. | = 10 fl. Kap. | $1\frac{1}{2}$ fl. | 20 fl. |
| 19. | = 10 fl. Kap: | 1 fl. | 10 fl. |
| 20. | = 10 fl. Kap. | $\frac{1}{2}$ fl. | 0 fl. |
| | 200 fl. zurückbezahltes Kap. | 105 fl. Zinsen. | |

Probe: Baar fl.? | 305 fl. Kap. und Zinsen, | 
$10\frac{1}{2}$ Jahr.

(K. u. Z. $152\frac{1}{2}$
J. $10\frac{1}{2}$ | 100 fl. baar.

305 | 61000 | 200 fl. baar.

Man vergleiche §. 55. Dort wurden die Gelder, welche in Fristen zahlbar sind, nach dem Werthe in baarem Gelde berechnet und hier werden 200 fl., die man nicht sogleich baar erlegen kann, in Fristen vertheilt.

 Da

Da jedoch, wenn im 1n Jahre statt 20 fl. (nämlich 10 fl. Kapital und 10 fl. Zinsen) nur $15\frac{1}{4}$ fl. zusammen bezahlt werden sollten, — entweder ausser 10 fl. Zinsen nur $5\frac{1}{4}$ fl. zum Abtragen am Kapitale, oder ausser 10 fl. Kapital nur $5\frac{1}{4}$ fl. zu Zinsen übrig blieben und in beyden Fällen für $4\frac{3}{4}$ fl., welche zu wenig bezahlt wurden, Zinsen angerechnet werden können und dürfen, (zumal bey größern Summen;) so muß nach dem Verlaufe von 20 Jahren entweder noch ein kleiner Rest nach zu bezahlen seyn, oder, soll mit dem Verlaufe der angenommenen Frist die ganze Schuld getilgt seyn; so muß alljährlich noch Etwas mehr bezahlt werden, als $15\frac{1}{4}$ fl.

Zu dem Ende berechnet man, nach §. 53. sogleich die Zinsen von den Zinsen mit, wo man, anstatt 105 fl. Zinsen, 133 fl. an Zinsen und Zinszinsen, also zusammen erhält:

200 fl. Kapital,
133 fl. Zinsen.

333 fl. und zwar auf folgende Weise:

Kap. und Zinsen? | 200 fl. Kapital. 10 1/2 Jahr.
(K. fl. 100 J. 10 1/2 | 105 fl. K. u. Z. = Log. = 2.0211893.
zur Dignit. 10 1/2. ⋈ 10 1/2
21.2224876.
Log. = 2.3010300 von 200.
Summa = 23.5235176
21.0000000
Rest = 2.5235176. Log. v. 333.

Log. = 2.0000000. von 100
⋈ 10 1/1
21.0000000.

20) 333 | 16 fl. 39 kr. Mittel-Zahl, ein Jahr ins andere gerechnet und bezahlte man alljährlich soviel; so würde man, statt daß bey $15\frac{1}{4}$ fl. am Ende noch ein Rest bliebe, im 20sten Jahre nicht einmal 16 fl. 39 kr. ganz brauchen, was um so besser wäre.

## Erläuterung.

a) Bezahlt man im 1. Jahre 16 fl. 39 kr.; so werden 10 fl. zu Zinsen genommen u. 6 fl. 39 kr. werden abgetra-

getragen. Bezahlt man im 2ten Jahre 16 fl. 39 kr.; so braucht man wegen der zurückbezahlten 6 fl. 39 kr. etwa 20 kr. weniger, also nur 9 fl. 40 kr. Zinsen zu bezahlen und es bleiben zum Abtragen am Kapitale 6 fl. 59 kr. übrig —

Und auf diese Weise muß die Summa der zu entrichtenden Zinsen mit jedem Jahre kleiner, der Ueberschuß, welcher gleichfalls mit zur Verminderung des Schulden-Standes genommen wird, dagegen alljährlich größer werden. Oder:

b) Man bezahlt 20 Jahre lang alljährlich 10 fl. fort und leihet im 1sten Jahre 6 fl. 39 kr. als Kapital aus. Die Zinsen hiervon und den neuen Zuschuß von 6 fl. 39 kr. im 2ten Jahre zu dem Zuschuß im 1sten Jahre gerechnet, so hat man jetzt schon =

1 Jahr = 6 fl. 39 kr. Zuschuß.
2 Jahre = — 20 kr. Zinsen und
6 fl. 39 kr. neuer Zuschuß.

13 fl. 38 kr. an Kapital und nimmt man zu dieser Summa im folgenden Jahre abermals die Zinsen davon und den neuen Zuschuß von 6 fl. 39 kr.; so muß das Kapital um ein Bedeutendes vermehrt werden und man hat nach 20 Jahren ein actives Kapital von 200 fl., welches man nimmt, um die Passiva von 200 fl. damit zu bezahlen.

Mit Logarithmen:
6 fl. 39 kr. alljährl.
in 20 Jahren.

Summa 133 fl. Kapital.

Kap. u. Zinsen? | 133 fl. Kapit. 10 1/2 Jahr
(K. fl. 100, J. 10 1/2) | 105 fl. K. u. Z. = Log. = 2.0211893.
× 10 1/2

21.2224876.

Log. = 2.0000000. von 100
10 1/2 mal.

21.0000000.

Log. = 2.1238516. von 133.

Summa = 23.3463392.
21.0000000.

Log. = 2.3463392. von 221.

also hätte man 200 fl. zur Tilgung der Schulden und noch 21 fl. Ueberschuß von 133 fl. Kapital mit Zinsen und Zinszinsen.

## Verkehrte Regel de Tri.

§. 57.

7 Mann verdienen 10 fl. was verdienen nun 14 Mann? Nach der gewöhnlichen Art wird der Ansatz so gemacht:

$$7 : 10 = 14 : ?$$

Die 2 hintern Sätze werden multiplizirt = 140 und mit dem vordern Satze wird dividirt = 7)140|20fl also.

1) 100 Mann haben Vorrath 12 Monate lang, wie lange haben 200 Mann an diesem Vorrathe?

100 : 12 = 200:? 12 multiplizirt mit 200 und dividirt

mit 100)2400 | = 24 Monate.

Dieß ist unmöglich, hier muß also, da die Porportion in umgekehrter Ordnung steht, die gewöhnliche Regel verändert und es müssen die 2 vordern Sätze multiplizirt und in dieses Produkt muß mit dem hintern Satze dividirt werden; z. B. 100 : 12 = 200 : ?

12 ×
100

200)1200 | 6 Monate nur.

Da man es sehr oft vergessen dürfte, bey umgekehrter Proportion auch die Regel umzukehren; so thut man besser, man giebt die verkehrte Regula de Tri ganz auf und braucht dafür die Regula quinque, die man durch Verbindung der zusammengehörenden Sätze dann wieder in die gewöhnliche Regel de Tri verwandelt. Um zu wissen, welche Sätze mit einander in einen Satz zu verbinden sind, darf man nur fragen: Haben 100 oder 200 Mann längere Zeit an einem gewissen Vorrathe? und die Antwort wird seyn: Wenn der Vorrath gleich

gleich ist, von welchem 100 und von welchem 200 Mann ernährt werden sollen, so können 200 Mann länger daran haben, als 100 Mann, vorausgesetzt, daß die 200 Mann geringere Mund-Portionen bekommen, als die 100 Mann; ist aber bey gleichem Vorrathe auch die Portion für jeden Mann gleich groß, dann haben gewiß 100 Mann länger Lebensmittel, als 200 Mann, also Mann, Portion und Zeit müssen mit einander verbunden werden.

2) 1200 Mann haben auf 9 Monate Vorrath in einer Festung, wenn 1 des Tags $2\frac{1}{2}$ ℔. bekommt; nun aber kommen anstatt 1200 Mann 1800 Mann in die Festung und diese sollen statt 9 Monate Vorrath zu haben, 12 Monate von diesem Vorrath leben. Wieviel bekommt der Mann täglich?

| | |
|---|---|
| ℔.? | |
| Mann 1800 | 1 Vorrath, |
| Monat 12 | |
| | 1200 Mann, |
| Vorrath 1 | 9 Monate |
| | $2\frac{1}{2}$ ℔. |
| 4\|5 | $1\frac{1}{4}$ ℔. tägl. |

| | |
|---|---|
| Probe: Monate? | |
| M. 1800 | 1 Vorrath, |
| ℔. $1\frac{1}{4}$ | |
| | 1200 Mann, |
| Vorrath 1 | 9 Monate |
| | $2\frac{1}{2}$ ℔. |
| | 12 Mon. lang. |

Man vergleiche die §. 45. Nro. 1, 2. sqq. schon angeführten Beyspiele.

## V.) Zugabe vermischten Inhalts.

§. 58.

1) 2 Freunde, 85 Meilen weit von einander, reisen an einem und demselben Tage ab und einander entgegen, A geht tägl. 3 } B geht tägl. 4 } Meilen weit, Summa = 7 Meilen. — Wann kommen sie zusammen? Da sie einander täglich 7 Meilen näher kommen,

7) 85 | in $12\frac{1}{7}$ Tagen.

Beweiß:

Beweiß: A) $12\frac{1}{7}$ Tag, B) $12\frac{1}{7}$ Tag, A = $36\frac{3}{7}$
3 Meilen. 4 Meilen. B = $48\frac{4}{7}$

$36\frac{3}{7}$ Meilen. $48\frac{4}{7}$ Meilen. Summa = 85 M.

2) Ein Bote wird einem andern, der 4 Tagreisen voraus hat, nachgeschickt. Der erste geht täglich 5 Meilen, der letzte 7 Meilen weit, (natürlich weiter, als der erste, sonst holt er ihn ja nie ein;) wann kommen sie zusammen?

a) 4 Tagreisen à 5 Meilen = 20 Meilen voraus.

b) 7 statt 5 Meilen, also 2 tägl. mehr. | 2) 20 | 10. Binnen 10 Tagen hat also der letzte Bote eingebracht, was der erste voraus war, am 10ten Tage von der Abreise des letzten angerechnet treffen beyde zusammen.

Beweiß: a) 14 Tage, b) 10 Tage,
5 Meilen. 7 Meilen.

Summa = 70 Meilen. Summa = 70 Meilen.

3) Wie heißen diejenigen Zahlen, deren Differenz = 12 und deren Summa = 56 ist?

die Hälfte von 56 = 28 addirt 28 subtrah.
die Hälfte von 12 = 6 6

34 und 22

Probe: 34. 34.
22. 22.

Diff. = 12. Summa 56.

4) Wenn jede Person auf ihren Antheil 8 fl. bezahlt; so kommen 4 fl. zuviel heraus, und wenn jede Person auf ihren Antheil 7 fl. bezahlt; so fehlen 12 fl. an der nöthigen Summa. a) Wieviele Personen sind es, und b) wieviel beträgt die Zeche?

subtr. {à 8 + 4} addirt.
{á 7 — 12}

1 16 | 16 Personen.

Beweiß:

Beweiß: 16 Personen, 16 Personen,
à 8 fl. à 7 fl.

128 fl. 112 fl.
4 zuviel, 12 fl. fehlen.

124 fl. Zeche. 124 fl. Zeche.

5) 14 Stücke, theils à 24, theils à 12 kr., kosten 264 kr. zusammen. Wieviele Stücke waren à 24 kr. darunter?

Stücke à 24 kr? bey der Summa = 264 kr.
Da 14 do. à 12 kr. nur kosten = 168 kr.
Rest = 12 ; Rest = 96 | 8

Beweiß: 8 Stücke à 24 kr. = 192 kr.
und folglich 6 Stücke à 12 kr. = 72 kr.
14 Stücke Summa = 264 kr.

6) 7 Personen, theils Männer à 18 kr.} theils Weiber à 7 kr.} die Person gerechnet, verzehren im Wirthshause 104 kr. Wieviele Männer waren dabey?

Männer à 18 kr.? bey Summa 104 kr.
da 7 Weiber à 7 kr. nur = 49 kr.
11 ; 55 | 5

Beweiß: 5 Männer à 18 kr. = 90 kr.
und folglich 2 Weiber à 7 kr. = 14 kr.
7 Personen Summa = 104 kr.

7) 6 Kinder erbten 4400 fl. Da auf 1 Sohn 600} auf 1 Tochter 800} fl. kamen. Wieviel waren Töchter da?

Theile à 800 fl.? Summa 4400 fl.
6 Theile à 600 fl. nur = 3600 fl.
200. ; 800 | 4

Beweiß: 4 Töchter à 800 fl. = 3200 fl.
und folglich 2 Söhne à 600 fl. = 1200 fl.
6 Kinder Summa = 4400 fl.

8) 1 Mstr. nebst 11 Personen, theils Gesellen à 35 kr.
theils Handlanger à 18 kr.
hat in einer Woche verdient 37 fl. 54 kr. (2274 kr.) Wieviele Gesellen waren dabey?

2274.
Der Mstr. à 45 kr. tägl. folgl. in 6 Tagen = 270 kr. — 270.
Rest = 2004.
für seine Leute.

Gesellen à 35 kr.? Summa 2004 kr.
11 Handlanger à 18 kr. in 6 Tagen = 1188 kr.
17. : 816 | 48 Taglöhne
à 35 kr. in 6 Tagen, (also tägl. 8 Gesellen à 35 kr.) = 1680 kr.
und 3 Handlanger à 18 kr.) = 324 kr.
Summa = 2004 kr.

oder die Beyspiele von §. 58. Nro. 5 — 9. kann man auch nach der Vermischungs-Rechnung §. 46. Nro. 5. u. s. w. berechnen.

Personen: kr.
11 : 2004 | $182\frac{2}{11}$ kr.
6) . . | $30\frac{4}{11}$ also der Mittelpreis des täglichen Lohns.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Gesellen à 35 | $>30\frac{4}{11}<$ | $12\frac{4}{11}$ | Gesellen? | $12\frac{4}{11}$ Theile, |
| Handl. à 18 | | $4\frac{7}{11}$ | Theile 17 | 11 Personen. |
| | | 17 Thle. | | 17 \| 136 \| 8 Ges. also. |

9) Eben so ließe es sich auch bey 3, 4 und noch mehreren Stücken von verschiedener Art angeben, wieviele Stücke von jeder Sorte seyn müßten, nach §. 46. Nro. 8.; allein die schon dort gemachte Anmerkung, daß, je verschiedenartiger die Stücke sind, desto verschiedener die Mischung seyn könne, gilt auch hier und da mehrere Personen ein und dasselbige Beyspiel ganz richtig ausrechnen, jeder einzelne jedoch ein ganz verschiedenes Resultat herausbringen könnte, so müßte man auf diese Weise immer im Zweifel bleiben, ob man das eigentliche Verhältniß der eigentlichen Mischung, oder nur das Ver-

hältniß einer andern möglichen Mischung gefunden hätte. Z. B.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 Stück, | das Stück à 25 kr. | = | 75 kr., |
| 4 do. | , das Stück à 18 kr. | = | 72 kr., |
| 7 do. | , das Stück à 13 kr. | = | 91 kr., |
| 14 Stück, | Summa | = | 238 kr. |

Gesetzt nun, der Kaufmann, bey dem diese Waaren à 25, 18 und 13 kr. bestellt worden sind, hätte vergessen, wieviele Stücke von jeder Sorte er schicken solle, wisse aber doch noch soviel, daß die 14 Stücke zusammen, 238 kr. betragen hätten; er gäbe daher 2en seiner Handlungsdiener zu berechnen auf, wieviele Stücke à 25 }
wieviele do. à 18 } kr. nö-
wieviele do. à 13 }
thig seyen, wenn 14 Stücke zusammen 238 kr. kosten, was würden wohl beyde finden?

14)238|17 kr. der Mittelpreiß, (anstatt 25, 18 u. 13 kr.)

A) sagt: à 25 kr. }
à 18 kr. }

2)43 | $21\frac{1}{2}$ > 17 < 4 Theile, also von jeder der
à 13 kr. 13 — $4\frac{1}{2}$ do. beyden Sorten 2.

$8\frac{1}{2}$ do.

Stück ? | 2 Theile,
Thl. $8\frac{1}{2}$ | 14 Stücke

17|56 | $3\frac{5}{17}$ Stück.
$\frac{51}{5}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| also à 25 kr. | = | $3\frac{5}{17}$ Stück | Summa $82\frac{6}{17}$ kr. |
| à 18 kr. | = | $3\frac{5}{17}$ Stück | Summa $59\frac{5}{17}$ kr. |
| à 13 kr. | = | $7\frac{7}{17}$ Stück | Summa $96\frac{6}{17}$ kr. |
| | | 14 — Stück. | Summa 238 — kr. |

B) sagt: à 25 kr. — $1\frac{1}{2}$ Thl.
à 18 kr. }
à 13 kr. } > 17 <
2)31 | $15\frac{1}{2}$ — 8 do.

$9\frac{1}{2}$ Thl.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Stück? | $1\frac{1}{2}$ Thl. | | Stück? | 4 Thl. |
| Thl. $9\frac{1}{2}$ | 14 Stücke. | | Thl. $9\frac{1}{2}$ | 14 Stücke. |
| 19 \| 42 | $2\frac{4}{19}$ Stücke. | | 19 \| 112 | $5\frac{17}{19}$ St. |
| 38 | | | 95 | |
| 4 | | | 17 | |

also à 25 kr. = $2\frac{4}{19}$ Stücke Summa $55\frac{5}{19}$ kr.
à 18 kr. = $5\frac{17}{19}$ do. Summa $106\frac{2}{19}$ kr.
à 13 kr. = $5\frac{17}{19}$ do. Summa $76\frac{12}{19}$ kr.

14 Stücke Summa = 238 kr.

Wie verschieden sind die Resultate, beyde haben richtig gerechnet, was das Zusammentreffen von 14 Stücken und 238 krn. beweiset, allein das oben in der Aufgabe angenommene Verhältniß, welches eigentlich wieder gesucht werden sollte, hat keiner gefunden!

10) 12 Stück Hühner werden verkauft, das 1ste Stück à 1 kr. und jedes der folgenden um 2 kr. theuerer. (arithmet. Progression;) Was kosten diese 12 Stück zusammen?

| | |
|---|---|
| 1 Stück. | 1. |
| 2 Stück. | 3. |
| 3 Stück. | 5. |
| 4 Stück. | 7. |
| 5 Stück. | 9. |
| 6 Stück. | 11. |
| 7 Stück. | 13. |
| 8 Stück. | 15. |
| 9 Stück. | 17. |
| 10 Stück. | 19. |
| 11 Stück. | 21. |
| 12 Stück. | 23. |
| | 144 kr. |

Diese Art, obige Frage zu beantworten, wäre, vorzüglich bey einer größern Anzahl von Stücken, zu mühsam. Viel leichter verfährt man so:

a) Man sucht, wieviel das letzte Stück kostet: indem man das 1ste Stück wegläßet und die übrigen (11) Stücke mit derjenigen Zahl multiplizirt, um welche jedes folgende Stück theurer bezahlt werden soll; z. B.

11 Stück,
2 kr. mehr

22 und dazu noch den Preis des 1n
1 Stückes addiret, z. B.

also 23 = Preiß des letzten oder 12n Stückes.

b) Weiß man den Preis des letzten Stückes, addirt man den Preis des 1sten

Stückes z. B. 23 letztes } St. u. multipl.
1 1stes }

man die Summa = 24 mit der Hälfte der Glieder, z. B. 6 (Hälfte der Glieder); so bekommt man

die Summa = 144 kr.

(Ist die Anzahl der Glieder ungerade, so kann man auch die Hälfte des Multiplicanden nehmen; oder man nimmt den Multiplicand und den Multiplicator ganz und dividirt das Produkt mit 2.)

11) 36 Stück; das 1ste Stück à 9 kr., jedes folgende 5 kr. mehr. Wieviel kosten sämtl. Stücke?

35 Stücke,
× 5 kr. mehr,

175 dazu
+ 9 kr. das 1ste Stück.

also 184 kr. Preis des 36ten Stückes.

184 kr. das 36te Stück.
+ 9 kr. das 1te do.

193.
× 18. die Hälfte der Anzahl.

1544
193

Summa = 3474 kr. (57 fl. 54 kr.)

12) 10 Stück Gänse werden verkauft; das 1ste St. kostet 1 kr., und jedes folgende Stück noch einmal soviel, als das vorhergehende. (geometr. Progresion.) Was kosten diese 10 Stücke zusammen?

| | | | Dignit. |
|---|---|---|---|
| 1. | Stück | 1 kr. | |
| 2. | " | 2 " | 1 |
| 3. | " | 4 " | 2 |
| 4. | " | 8 " | 3 |
| 5. | " | 16 " | 4 |
| 6. | " | 32 " | 5 |
| 7. | " | 64 " | 6 |
| 8. | " | 128 " | 7 |
| 9. | " | 256 " | 8 |
| 10. | " | 512 " | 9 |

Summa 1023 kr.
(17 fl. 3 kr.)

Viel kürzer und, zumal bey sehr großer Anzahl von Stücken, auch viel leichter ist folgendes Verfahren:

a) Man sucht blos, wieviel das letzte Stück kostet, was man findet: wenn man das 1ste Stück wegthut und den Exponenten (d. h. die Zahl 2, mit welcher jedes folgende Glied multiplicirt werden soll) zur sovielsten Dignität erhebt, als noch Glieder übrig sind, z. B. 2 in der 9ten Dignität = 512. und dieses Produkt denn noch mit dem 1n Gliede multiplicirt = 1 kr. also das letzte Stück kostet = . . . . . 512 kr.

b) Weiß man den Preis des letzten Stückes, multiplizirt man diesen mit 2 und zieht von dem Produkte das 1ste Glied ab; so erhält man die Summa der sämtlichen Stücke, z. B.

512. (das letzte Glied,)
× 2
1024
— 1 (das 1ste Glied,)
Summa = 1023 kr.

(von 2. der Log. = 0,3010300.
× 10.
Log. = 3,0103000. von 1024.
— 1.
Summa = 1023.)

13) Was kosten 10 Stück, wenn das 1ste 3 kr. und jedes folgende doppelt soviel kostet?

$2^9 = 512$
× 3. (1stes Glied.)
1536 kr. = Preis des 10ten Stückes.
× 2
3072
— 3 (1stes Glied.)
Summa = 3069 kr. (51 fl. 9 kr.)

(Von 2 der Log. = 0,3010300.
× 10.
= 3,0103000.
von 3. der Log. = 0,4771213.
Log. = 3,4874213. von
der Zahl = 3072.
— 3.
3069 kr.)

14) Ein Pferd, einzig in seiner Art, wird auf folgende Weise verkauft. Blos die Nägel in seinen Hufen sollen bezahlt werden und zwar soll der 1ste Nagel 1 Heller und jeder folgende bis zum 32 doppelt soviel, als der vorhergehende Nagel kosten. Wie theuer?

256 = 8te Dignit. von 2.
× 128 = 7te Dignit. — —
32768 = 15te Dignit. von 2.
× 32768 = 15te Dignit. — —
1,073,741,824 = 30ste Dignit. von 2.
× 2 = 1ste Dignit. — —
2,147,483,648 = 31ste Dignit. von 2.
× 1 = (1stes Glied.)
2,147,483,648 Heller kostet der 32ste Nagel.
× 2.
4,294,967,296.
— 1. (das 1ste Glied.)
4) 42,94,967,295 Heller | 1073,741,823 3/4 kr. | 17,895,697 fl. 3 3/4 kr.
6 0 Summa.

(von

(von 2 Log. = 0,3010300.

× 32

Log. = 9,6329600.

Log. = 3,6329632. von 4295.

also = 4,295,000,000 Heller.)

15) Der Erfinder des Schach- (Königs-) Spiels sollte sich für diese seine Erfindung vom Persischen Schach eine Belohnung ausbitten, welche er wollte. Da er verlangte, man möchte ihm für die 64 Felder, die auf dem Schachbrette sind, Waizen-Körner geben und zwar für das 1ste nur ein einziges Körnlein, für das 2te 2 und dann für jedes der folgenden allemal doppelt soviel; so rief der Schach voll Unwillen aus: wenn der Thor meine ihm angebotene Gnade nicht besser benutzen will, so soll er auch nicht mehr bekommen, als er verlangt hat. Allein wie betroffen war der Schach in der Folge, als er hörte, in seinem ganzen Reiche wachse nicht soviel Getraid, als zur Befriedigung dieser Forderung gehörte! Wie groß war die Forderung?

2 zur 31. Dig. erhoben nach Beysp. N. 14. = 2147483648.

2 „ 31. „ „ „ „ „ = 2147483648. ×

also 2 „ 62. „ „ „ „ „ 4611686018427387904.

× 2. 1 Dign.

u. 2 „ 63. „ „ „ „ „ 9223372036854775808.

× 1. Feld.

u. auf dem 64sten Felde = 9223372036854775808. Körner

Auf das letzte, od. 64ste Feld kommen also = 9223372036854775808. Körner

× 2. Expon.

18446744073709551616.

— 1. 18 Feld.

Summa = 18446744073709551615. Körner,

oder 30,023,997,515,803 Berliner Scheffel, ein Berliner Scheffel = 614,400 Körner.

| | | |
|---|---|---|
| 1,000,000 Scheffel alljährl. | 30,023,997,515,803. Berl. Scheffel 000 000 | 30,023,997 Jahre lang an dieser Summa abzutragen. |

Weit

Weit kürzer mit Logarithmen, bey denen jedoch bey so großen Zahlen eine Differenz Statt findet:

vom Exponenten 2 der Log. = 0,3010300.
$\times$ 64.

12041200.
180618

Log. = 19,2659200.
Log. = 3,2657609. v. 1844.

Da die Kennziffer 3, anstatt 19, also um 16 kleiner genommen worden ist, so müssen an 1844 = 16 Nullen angehängt werden, =

18440000000000000000.

Der gefundene Log. = 3,2659200.
der in der Tafel = 3,2657609.

1591 Differenz-Zähler

3,2659964. Log. von 1845.
3,2657609. Log. von 1844.

2355. Diff. = Nenner.

2355) 1591000000000000000000 | 675500000000000.

Rechnet man zu = 18440000000000000000
den Bruch = 675500000000000. so erhält
man die Summa = 18446755000000000000.

---

## Verbesserungen.

pag. 22. Zeile 7 ist anstatt $\frac{1}{16}$ zu lesen $\frac{7}{16}$.
— — §. 27. Zeile 3 ist anst. Divisor zu lesen Dividend.
— 26. Zeile 16 ist anstatt + 4 zu lesen + 6.
— 29. Zeile 23 ist anstatt Divisior zu lesen Divisor.
— 32. Beysp. 3. ist anst. 29 fl. $\frac{34}{49}$ kr. zu lesen $29\frac{34}{49}$ kr.
— 47. Zeile 5 von unten ist anst. $\frac{255}{31}$ kr. zu lesen $25\frac{5}{31}$ kr.
— 53. Zeile 7 von unten ist anstatt $\frac{47}{51}$ zu lesen $\frac{37}{51}$.
— 75. Zeile 3 von unten ist anstatt §. 52. zu lesen 54.

## Bei J. J. Palm in Erlangen ist erschienen:

Die Fibel der Länderkunde in Versen, 12. 1813. 15 kr. rhnl.

Fick, J. Chr., prakt. englische Sprachlehre, nach Meidingers Methode und nach Sheridan's und Walker's Grundsätzen der reinern Aussprache bearbeitet, 9te verbesserte Ausgabe, gr. 8. 1811. 1 fl. rhnl.

Das Gemeinnützlichste aus der deutschen Sprachlehre, als Stoff zu Denk- und Sprechübungen benützt. Auch unter dem Titel: Prakt. Anweisung für Schullehrer, welche ihren Zöglingen zu einer gründlichern Kenntniß ihrer Muttersprache verhelfen und zugleich deren Denkkräfte üben und bilden wollen, 8. 1813. 1 fl. 12 kr. rhnl.

Pöhlmann, Dr. Joh. P., socrat. Unterhaltungen eines Lehrers mit seinen Schülern über Gegenstände der Natur, 4 Bdchen mit 41 Kupfertaf., 8. 1805—1807. 11 fl. rhl.

— — prakt. Anweisung Kindern die ersten Anfangsgründe der Rechenkunst auf eine anschauliche den Verstand in Thätigkeit setzende Weise beizubringen, 2 Bändchen, 2te verm. Ausgabe, 8. 1807—1808. 3 fl. 15 kr. rhnl.

— — kurzer Unterricht in den im bürgerlichen Leben außer der Regel de tri am häufigsten vorkommenden zusammengesetzten Rechnungsarten, nebst populären Auflösungen vieler algebr. Aufgaben, für Stadt- u. Landschullehrer, 8. 1808. 1 fl. rhnl.

Stephani, Dr. Heinr. v., System der öffentlichen Erziehung. Ein nöthiges Handbuch für Alle, welche an derselben zweckmäßigen Antheil nehmen wollen, 2te verbess. u. wohlfeilere Ausg. 8. 1813. 1 fl. 30 kr. rhnl.

Weinich, G. Ph., das Vorzüglichste aus der Geometrie und Trigonometrie populär vorgetragen und so geordnet, daß Güterbesitzer, Professionisten &c. für jeden ihnen vorkommenden Fall hier sogleich einen ähnlichen zu ihrer Selbstbelehrung auffinden können; aber auch als Leitfaden in niedern Schulen zu gebrauchen. Mit 3 Kupfertaf. gr. 8. 1814. 24 kr. rhnl.

Wolf, Dr. Joh., Musterblätter zu einer einfachen und leichten deutschen und latein. Handschrift, (18 Blätter aufgezogen und in Futteral mit einem Bogen Text.) 30 kr. rhnl.

# Das Vorzüglichste aus der Geometrie und Trigonometrie,

populär vorgetragen

und

so geordnet,

daß Güter-Besitzer und Professionisten u. d. gl., für welche diese kurze Anweisung vorzüglich bestimmt ist, für jeden ihnen vorkommenden Fall hier sogleich einen ähnlichen zu ihrer Selbst-Belehrung auffinden können;

aber auch

als Leitfaden in niedern Schulen

zu gebrauchen.

---


Von

Georg Philipp Weinich,

Professor zu Schweinfurt.


---

Mit 3 Kupfertafeln.

---


Erlangen, 1814.

bey Johann Jacob Palm.



(110)

Das Vorzüglichste

aus der

# Geometrie und Trigonometrie

populär vorgetragen

und

so geordnet,

daß Güter-Schätzer und Professionisten u. d. gl., für welche diese kurze Anweisung vorzüglich bestimmt ist, für jeden ihnen vorkommenden Fall hier sogleich einen ähnlichen zu ihrer Selbst-Belehrung entgegen finden können;

aber auch

als Leitfaden in niedern Schulen

zu gebrauchen.

---

Von

Georg Philipp Weinlich,
Professor zu Schweinfurt.

---

Mit 3 Kupfertafeln.

---

Erlangen, 1814.
bey Johann Jacob Palm.

# Vorrede.

Die Geometrie können nur wenige Menschen ganz entbehren.

Will Jemand bauen, so berechnet der Maurer, welcher eine Mauer aufführen soll, seine Arbeit gewöhnlich nach Quadrat-Ruthen, der Glaser die zu verfertigenden Fenster, der Steinhauer die zu liefernden Steine, kurz die meisten Handwerksleute berechnen ihre Arbeit nach Quadrat-Schuhen. Wie oft wird da aufs Genaueste gehandelt, um die Quadrat-Ruthe oder den Quadrat-Fuß um einige Kreuzer wohlfeiler zu erhalten und am Ende bezahlt man, weil man die Summe der Quadrat-Schuhe nicht genau anzugeben weiß, weit mehr, als man schuldig gewesen wäre. Und wie nachtheilig ist es erst für den Professionisten selber, wenn wenn er den richtigen Quadrat-Inhalt seiner gelieferten Arbeit nicht zu finden versteht! Entweder rechnet er aus Unwissenheit sich selbst zum Schaden, oder er fordert, ohne die Absicht zu betrügen gehabt zu haben, zu viel und verliert darüber bey denjenigen, die es merken, Achtung und Kundschaft.

Oder will Jemand Wiesen, Weinberge u. s. w. kaufen, (und selbst der weniger Bemittelte kauft sich ja oft ein Stückchen Feldes), wie leicht kann er, wenn er sogar Nichts vom Feldmessen versteht, — was schon oft geschehen ist — für $1\frac{1}{2}$ Acker halten, was kaum 1 Acker ist!

Und sollte nicht jeder Forstmann, sollte nicht so mancher Andere den cubischen Inhalt von einem Klafter Holz, oder von einem Schock Wellen-Reisig, oder von Baum-Stämmen, von Brettern u. d. gl. zu berechnen wissen?

Allein wer nicht die höhern Klassen der Schulen besuchte, in welchen Mathematik gelehrt wird, oder wer, wenn er auch diese besuchte, für genannte Wissenschaft — was bey so Vielen der Fall war — damals keinen Sinn hatte und daher, oft in spätern Jahren noch, sich Belehrung in diesem Fache wünscht, dem sind die gewöhnlichen Lehrbücher, wenn auch nicht immer zu theuer, doch gewiß zu gelehrt und unverständlich zu seiner Selbstbelehrung.

Solchen nun, welche die Mathematik nicht studirt haben, das Unentbehrlichste und Wissenswürdigste aus der Geometrie und Trigonometrie auf eine populäre Weise darzustellen und Lehrern und Lernenden — vorzüglich in Real- und Sonntags-Schulen — ein wohlfeiles Lehrbuch in die Hände zu geben, war meine Absicht bey der Ausarbeitung und Herausgabe dieser wenigen Bogen.

Der Verfasser.

---

# Inhalts-Anzeige.


Einleitung in die Geometrie. §. 1—6. Die Geometrie — was sie ist §. 1. Eintheilung derselben §. 2. Von den Linien §. 3. Von den Winkeln §. 4 u. 5. Von den Figuren §. 6.

I. Longimetrie, welche die Länge einer Linie messen lehrt §. 7—13.

a) gerader Linien: §. 8—12.

1. Fall. Man kann zu beyden Punkten der Linie kommen §. 8.

2. — Man kann nur zu einem Punkte der Linie kommen, horizontal §. 9. vertikal §. 10.

3. — Man kann zu keinem Punkte der Linie kommen, horizontal §. 11. vertikal §. 12.

b) krummer Linien §. 13.

II. Planimetrie, welche Flächen ausmessen lehrt. §. 14—35.

A. Wie findet man den Quadrat-Inhalt einer Fläche, deren Gränzen bestimmt sind? §. 18—25.

a) gradliniger §. 18—23.

α) mit rechten Winkeln §. 18.

1) eines regulären und länglichen Quadrats §. 18.

β) mit schiefen Winkeln §. 19—23.

— Aufnehmen einer Gegend, oder eines Stück Feldes §. 19.

2) eines Trapez's mit 2 parallel laufenden Linien §. 20.

3) einer Raute §. 21.

4) eines Triangels §. 22.

5) eines Trapez's und Vielecks §. 23.

b) krummliniger §. 24—25.

6) eines Kreises §. 24.

7) einer Kugel §. 25.

B. Wie bestimmt man die Gränzen? §. 26—35.

a) lauter gleiche Theile §. 26—29. u. 35. — Ausziehen der Quadrat-Wurzel §. 31.

b) ungleiche Theile §. 30—34.

III. Stereometrie, welche den kubischen Inhalt eines Körpers finden lehrt. §. 36—47.

a) regulärer Körper §. 37—46.

1. eines Prisma's §. 37.
2. einer Pyramide §. 38.
3. eines Cylinders §. 39.
4. eines Fasses §. 40.

Visir-Stäbe §. 41—43. Magister Matheseos §. 42. — Ausziehen der Cubik-Wurzel §. 43.

5. eines Kegels §. 44.
6. eines abgestutzten Kegels §. 45.
7. einer Kugel §. 46.

b) 8. irregulärer Körper §. 47.

Trigonometrie, was sie ist §. 48—58.
Worauf sich dieselbe gründet. §. 49—50.
Anwendung derselben auf die Longimetrie §. 51—55.
Anwendung derselben auf die Planimetrie §. 56—58.

§. 1.

§. 1.

Die Geometrie ist die Wissenschaft, einen jeden Raum auszumessen.

(Anfänglich fühlte man nur das Bedürfniß, die Felder auszumessen und aufzutheilen, und daher der Name von γη oder γέα, die Erde und μετρέω, ich messe.

Nimmt man das Wort Geometrie, oder Feldmeßkunst im engern Sinne, nemlich als die Wissenschaft, die Felder auszumessen und aufzutheilen, so braucht man gewöhnlicher den Ausdruck Geodäsie dafür — von γέα und δαίω, σω, ich theile.)

§. 2.

Der Raum, welcher unendlich ist, hat nur 3 Dimensionen, d. h. kann nur nach der Länge, Breite und Höhe (oder Dicke) ausgemessen werden und eben deßwegen zerfällt die Geometrie in 3 Haupt-Theile:

I.) Die Longimetrie, welche blos die Länge der Linien — (von einem Punkte zum andern) mißt, d. h. bestimmt, wie oftmal ein bekanntes Längen-Maß, z. B. eine Ruthe in der unbekannten Länge einer Linie enthalten ist;

II.) die Planimetrie, welche eine Fläche nach der Länge und Breite — (von einer Linie zur andern) ausmißt, z. B. nach Quadrat-Ruthen;

III.) die Stereometrie, welche einen Körper nach der Länge, Breite und Höhe (oder Dicke) zugleich — (von einer Fläche zur andern) ausmißt, z. B. nach Cubik-Ruthen.

§. 3.

§. 3.

Die Linien sind

1) entweder gerade, oder 2) krumme, oder 3) gebrochene und zwar a) theils gerad- b) theils krummgebrochene. (Taf. I. Fig. 1.)

§. 4.

Zwey gerade Linien können keinen Raum einschließen; sie bilden aber, wenn die Neigung derselbigen gegen einander so ist, daß sie sich in einem Punkte vereinigen, einen Winkel.

Die Winkel heißen

1) rechte, wenn sie 90 Grade haben, (Fig. 2.) ($90^\circ = \frac{1}{4}$ eines Kreises, zu $360^\circ$ angenommen.)

2) schiefe und zwar a) stumpfe, wenn sie mehr, als $90^\circ$ haben, (Fig. 3.)

b) spitzige, wenn sie weniger, als $90^\circ$ haben. (Fig. 4.)

(Man bezeichnet die Winkel entweder mit einem einzigen Buchstaben, z. B. x, den man aussen an — oder innen in den Scheitel-Punkt (die Spitze) des Winkels setzt; oder gewöhnlicher mit 3 Buchstaben, von welchen aber der des Scheitel-Punktes jedesmal in der Mitte stehen muß, z. B. ABC. (Fig. 2 — 4.)

(Nicht die Länge der Schenkel (Seiten), sondern die Neigung bestimmt die Größe des Winkels.)

(Der Winkel, der zur Ergänzung eines rechten Winkels nöthig ist, wird Complement genannt, z. B. $30^\circ$. (Fig. 5.)

§. 5.

Alle Winkel auf einer Ebene sind gleich 2 rechten Winkeln. (Fig. 6.) Hieraus folgt:

a) Zwey Neben-Winkel, die einen gemeinschaftlichen Schenkel auf einer geraden Linie haben, sind gleich 2 rechten Winkeln, oder $180^\circ$. (und der eine, der also

zur

zur Ergänzung 2 rechter Winkel nöthig ist, wird auch Supplement genannt.) (Fig. 6. u. 7.)

b) Alle Vertikal- (Scheitel-) Winkel sind einander gleich, $a = b$, und $x = y$.

Beweiß: a u. y auf einer Ebene = 2 rechten Winkeln;
$a = 120°$, folglich $y = 60°$.
a u. x auf einer Ebene = 2 rechten Winkeln;
$a = 120°$, folglich $x = 60°$, $x = y$.
oder $y = 60°$, folglich $b = 120°$
$y = 60°$, folglich $a = 120°$; $y = y$, folglich $a = b$. (Fig. 8.)

c) Alle Wechsel-Winkel (wenn Parallel-Linien, — die ins Unendliche auf beyden Seiten verlängert werden können, ohne daß sie zusammenstoßen, — von einer 3ten Linie durchschnitten werden,) sind einander gleich, $a = b$, und $x = y$. (Fig. 9.)

Beweiß: b und c haben einerley Neigung, also $b = c$.
a und c sind Scheitel-Winkel, also $a = c$, (nach §. 5. b.)
$a = c$
$b = c$ und wenn 2 Größen einer 3ten Größe gleich sind, so sind sie einander selber gleich; also $a = b$.
oder $x = z$
$z = y$; folglich $x = y$.

§. 6.

Sind der geraden Linien mehr, als zwey; so schliessen sie einen Raum ein und eine von allen Seiten begränzte Fläche hat eine Figur. (Die ganze Gränze = Umfang, Umriß, Perimeter.)

Die Figuren sind:

A. Geradlinige,
1) Dreyecke, Triangel. — nach den Winkeln:
a) rechtwinklige; (Fig. 10.)
b) schiefwinklige, und zwar
1. stumpf- } winklige (Fig. 11.)
2. spitz- } winklige (Fig. 12.)

— nach

— nach den Seiten:
1) gleichseitig; (Fig. 13.)
2) gleichschenklig; (Fig. 14.)
3) ungleichseitig. (Fig. 15.)

2) Vierecke. — Parallelogramme, deren Seiten parallel laufen:

a) Quadrate, lauter rechte Winkel und alle Seiten gleich. (Fig. 16.)

b) längliches Quadrat, rechte Winkel und nur die gegenüberstehenden Seiten gleich. (Fig. 17.)

c) verschobenes Quadrat, Raute; alle Seiten gleich, aber schiefe Winkel. (Fig. 18.)

d) längliche Raute; die gegenüberstehenden Seiten gleich und schiefe Winkel. (Fig. 19.)

— Trapezien, deren Seiten nicht parallel laufen. (Fig. 20.)

3) Vielecke, Polygone.
— a) reguläre, z. B. 5 — 6 — 8 Ecke; (Fig. 21.)
— b) irreguläre. (Fig. 22.)

B. Krummlinige.

Ein Kreis, Zirkel — entsteht, wenn eine gerade Linie sich um den einen ihrer Endpunkte so lange herum bewegt, bis sie wieder dahin kommt, wo sie vor der Bewegung war. (Centrum. Peripherie, Umkreis — in 360° getheilt; 1° = 60 Minuten; 1′ = 60 Sekunden ꝛc. Chorde, Sehne — eine gerade Linie von einem Punkte der Peripherie zum andern. Die größte durchs Centrum = Diameter; die Hälfte davon Radius, Halbmesser; und alle Radien sind einander gleich. Ein Stück der Peripherie = Bogen. Die Fläche zwischen Sehne und Bogen heißt man Abschnitt und die Fläche zwischen 2 Radien und Bogen Ausschnitt.) (Fig. 23.)

(2 Kreise mit einem gemeinschaftlichen Mittelpunkte = concentrisch. (Fig. 24.)

(2 Krei-

(2 Kreise mit verschiedenen Mittelpunkten = eccentrisch und die Linie von einem Centrum zum andern = Central-Linie.) (Fig. 25.)

C. Vermischtlinige, bald aus graden, bald wieder aus krummen Linien zusammengesetzt. (Fig. 26.)

---

# I. Longimetrie.

## §. 7.

Soll die Länge

A. gerader Linien gemessen werden, so kann man

1) entweder von dem einen Punkte zum andern kommen (und in diesem Falle mißt der Kaufmann mit der Elle, der Zimmermann mit dem Maßstabe — ohne besondere Anweisung nöthig zu haben;)

2) oder man kann von dem einen Punkte nicht zum andern kommen, aber doch

a) von einem 3ten Punkte (Stand-Punkte) aus zu den beyden Punkten, deren Entfernung von einander man wissen möchte; oder

b) von einem Stand-Punkte aus nur zu einem der beyden Punkte, oder endlich

c) von einem Stand-Punkte aus zu gar keinem der beyden Punkte.

Nur von diesen 3 Fällen wird in der Longimetrie gehandelt.

(Das Längen-Maß — die Ruthe, Gerte — ist nicht an allen Orten gleich; daher sind auch die Schuhe oder Fuß, in die man die Ruthe theilt, wenn man auch überall 12 Schuhe annehmen sollte, verschieden und wenn man selbst eine und dieselbige Ruthe auf verschiedene Weise,

z. B.

z. B. eine Werk-Ruthe in 12 Schuhe, 1 Schuh in 12 Zoll ꝛc.
eine geometr. do. in 10 —, 1 — in 10 — ꝛc.
eintheilt; so muß, wie sich leicht einsehen läßt, der geometrische Fuß, als $\frac{1}{10}$ Ruthe, größer seyn, als ein Werk-Schuh, als $\frac{1}{12}$ einer Ruthe.)

## §. 8.

I. Fall. (§. 7. 2. a.) Wie weit ist von A nach B, zwischen welchen 2 Gegenständen Sumpf, Wasser ꝛc. befindlich seyn kann? (Trig. §. 52. 3.)

a) Man macht einen gleichen Triangel.

1) Nachdem man sich in C willkührlich einen Standpunkt gewählt hat, mißt man mit der Ruthe von C nach A, z. B. 7° 8′; eben so lang macht man eine Linie von C nach E, aber in der Richtung, daß ACE einander decken. Hierauf mißt man von C nach B, z. B. 8° 5′; trägt eine eben so lange Linie von C nach D in der Richtung BCD. Endlich mißt man von D nach E, welche Linie gerade so lang ist, als die Linie von A nach B, welche man suchte.

Beweiß: In dem Dreyecke ABC ist die Linie AC gerade so lange, als in dem Dreyecke CDE die Linie CE ist; die Linie BC des einen Dreyecks ist wieder so lange, als die Linie CD des andern Dreyecks und in C sind Wechsel-Winkel, folglich (nach §. 5. c.) der eine Winkel, der zum Triangel ABC gehört, ebenfalls so groß, als der andere, der im Triangel CDE steht — also in beyden Triangeln sind 2 Seiten und 1 Winkel einander gleich — und "wenn in 2 Dreyecken 3 Stücke — unter denen aber wenigstens Eine Seite seyn muß — einander gleich sind; so sind sie einander in allen Stücken gleich:" (folglich ist der Winkel B = dem Winkel D; der $\angle$ A = $\angle$ E und die Linie AB = der Linie DE.) Beyde Triangel — auf einander gelegt — decken einander; die Fläche des einen ist gerade so groß, als die des andern; sie sind congruent; $\triangle$ ABC $\cong$ $\triangle$ CDE. (Tab. 2. Fig. 27. 1.)

b) Man

b) Man macht einen ähnlichen Triangel.

2) Man mißt die Linie ac, z. B. = 12°, und steckt dann 12′ weit von c in d einen Stab ein; dann mißt man von cb, z. B. = 10° und steckt 10′ weit von c in e ebenfalls einen Stab ein. Von d nach e sind 9′ 8″, also von a nach b = 9° 8′.

Beweiß: "Wenn man mit irgend einer der 3 Seiten eines Triangels in demselbigen eine Parallel-Linie ziehet, so erhält man ähnliche Dreyecke — die Winkel des einen sind vollkommen gleich den Winkeln des andern und die Seiten des kleinern Triangels stehen unter sich in derselben Proportion, in welcher die Seiten des größern unter einander stehen." Der ∠ c gehört zum großen und zum kleinen Dreyecke und ist daher in beyden gleich; der ∠ d im kleinen △ ist = dem ∠ a im großen; denn es ist, da die Linie ab und die Linie de parallel laufen, einerley Neigung in beyden und aus demselbigen Grunde ist auch der ∠ e = dem ∠ b.

Die Linie ac ist 10 mal so groß, als cd; die Linie cb deßgleichen 10 mal so groß, als ce; folglich muß die Linie ab ebenfalls 10 mal so groß seyn, als de, statt 98″ = 980″ oder 9° 8′ 0″. (Fig. 27. 2.) (△ cde ∾ △ abc.)

3) Man setzt in dem angenommenen Standpunkte c den Meßtisch horizontal hin, steckt in denselben eine Nadel fest, legt an diese das Dioptern-Lineal dicht an, visirt nach A, zieht mit Bleysteft eine Linie und zwar so viele Ruthen und Schuhe lang nach dem verjüngten Maßstabe, als die Linie AC im Großen hat. Eben so verfährt man bey der Linie BC. Zuletzt mißt man die Linie ED nach dem verjüngten Maßstabe und hätte dieselbe 12° 3′ 4″, so muß die Linie AB — mit der gewöhnlichen Ruthe gemessen — auch 12° 3′ 4″ halten. (Fig. 27. 3.)

§. 9.

II. Fall. (§. 7. 2. b.) Wie weit ist von a nach b, zwischen welchen Gegenständen ein Fluß ꝛc. ist? Wie breit ist der Fluß? (Trig. §. 52. 4.)

a) Eine

a) Eine horizontale Linie also.

α) Gleichheit der Triangel. (§. 8, 1. Lehrsatz.)

1) Man mißt von b nach d eine Linie, z. B. 20° lang und steckt in der Mitte derselben bey c einen Stab ein. So groß der Winkel in b, so groß sucht man den Winkel in d und zieht auf diese Weise mit der Linie ab eine Parallel-Linie, jedoch gerade auf die entgegengesetzte Seite zu. Auf dieser Linie geht man so lange rückwärts fort, bis man sieht, daß der Stab in c den Gegenstand in a deckt. Die Linie de ist gerade so lang, als ab.

Hier hat man 1 gleiche Seite und
2 Winkel, b = d und in c Vertikal-Winkel. (Fig. 28, 1.)

(Die Winkel, welche auf dem Papiere mit dem Transporteur gemessen werden, mißt man im Felde gewöhnlich

a. entweder mit dem Dioptern-Lineale auf dem Meßtische; oder

b. mit dem Astrolabium — aus einem ganzen oder halben Kreise bestehend, worauf ein bewegliches und ein unbewegliches Dioptern-Lineal ist — und bey Vertikal-Linien mit dem Quadranten; oder

c. mit der Boussole (dem Compaß), aussen mit Dioptern versehen und der inwendige Kreis in 360° getheilt; oder auch blos

d. mit der Ruthe. Man mißt von einem Punkte (Scheitelpunkte) aus 2 Linien, jede etwa 1 Ruthe lang und sucht dann mittelst derselben Gerte, wie weit beyde Linien von einander abstehen — die Neigung beyder Schenkel.)

2) Man steckt einen Stab, an welchem oben, wie in einer Gabel, ein bewegliches Dioptern-Lineal angebracht ist, senkrecht in die Erde und visirt damit gegen A; dann dreht man den Stab, ohne das Visir zu verrücken — so, daß der niedergesenkte Theil des Dioptern-Lineals auf einen Punkt hingerichtet wird, zu welchem man kommen kann. Von B nach C ist eben so weit, als von AB.

Die Linie BC — die Höhe des Stativs — ist in beyden Triangeln gleich;

Bey

Bey B ist auf beyden Seiten des senkrecht stehenden Stativs ein $\angle = 90°$ und in C sind Vertikal-Winkel. (Fig. 28. 2.)

β) Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

3) Oder statt — wie bey 1. eine Linie = 20° zu messen, mißt man nur 11° und steckt den Stab zwischen beyden Punkten so ein, daß von b bis c = 10° und von c bis d nur 1°. Uebrigens verfährt man ganz, wie bey No. 1. Und mißt nun die Linie de z. B. 8′ 7″, so hat die Linie ab = 8° 7′. (Fig. 28. 3.)

4) Man setzt den Meßtisch in B und visirt nach A und nach C und beyde Linien werden mit Bleystekt so lange, als möglich, gezogen. Hierauf mißt man die Linie BC und giebt der Linie von B nach C auf dem Papiere eben so viele Ruthen und Fuß nach dem verjüngten Maßstabe. Nach diesem steckt man in B, wo der Meßtisch gestanden, einen Stab ein, und trägt den Meßtisch nach C, wo man ihn so aufstellt, daß die Linie BC auf dem Papiere gegen den Stab in B gerichtet ist. Von C visirt man endlich nach A und in E; wo die Linie D durchschnitten wird, ist der Punkt, von wo aus man mit dem verjüngten Maßstabe nach D mißt. Die Linie ED = AB im Großen. (Fig. 28. 4.)

γ) Durch Schießen.

5) Während Jemand in A ein Schießgewehr losbrennt, zählt ein Anderer, der bey B steht und in demselben Augenblicke das Feuer sieht, wie viele Secunden bis zum Knalle verfließen. Gesetzt, dieser hätte 8 Sekunden gezählt, so wäre die Entfernung — da der Schall in 1 Sekunde = 1073 rheinländischer oder = 1038 Pariser Fuß weit fortgepflanzt wird,

| | |
|---|---|
| 1073 | 1038 |
| 8 | 8 |
| = 8584 rhnländ. oder | = 8304 Pariser Fuß. |

## §. 10.

Wie weit ist von A nach B? Wie hoch ist der Thurm, Baum rc.? (Trig. §. 52, 2. u. 1. §. 53, 7. und §. 55, 9.)

b) Eine vertikale Linie also.

α) Gleichheit der Triangel findet hier nicht Statt; denn angenommen, die Linie ab in Fig. 28, 1. seye die Höhe des Thurms; so müßte die zu ziehende Linie de senkrecht in die Erde hinunter gehen.

β) Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

1) Man steckt den — (§. 9, 2.) angegebenen Stab mit einem beweglichen Dioptern-Lineale in einiger Entfernung vom Thurme vertikal in die Erde und visirt nach der Spitze b hinauf. Hierauf visirt man, ohne den Stab zu verrücken, von f aus nach g, wo ein Stab eingesteckt wird. Zuletzt mißt man die Linie cg = 1° 5′.
die Linie ag = 15° 8′.
und die Höhe des Stabs = 5′ und sagt:
gc : dc = ga : ab, oder nach der Regel de Tri:

Höhe = ab — ? | 15° 8′ = ga, Linie.
Linie — gc = 1° 5′ | 5′ Höhe.
15 | 790 | $52\frac{2}{3}$ Fuß. (Fig. 29. 1.)
75.
40
30
10

2) Man setzt den Meßtisch vertikal auf, sucht den Winkel D, indem man mit Bleystefl eine Linie nach B und eine horizontale Linie nach A zieht; dann mißt man die Linie CA, macht die horizontale Linie auf dem Papiere nach dem verjüngten Maßstabe eben so viele Ruthen rc. lang und setzt bey E eine senkrechte Linie auf und mißt EF = 8° 7′ 4″ nach dem verjüngten Maßstabe, so ist von G nach B eben so weit. Noch muß man die Höhe des Meßtisches addiren. (Fig. 29. 2.)

3) Man

3) Man stellt eine Ruthe senkrecht auf und mißt ihren Schatten, und zu gleicher Zeit auch den Schatten des Thurms, Baums ꝛc.

der Schatten der Ruthe $= 1^\circ\ 3'$.
der Schatten des Thurms $= 9^\circ\ 4'$.

| | | |
|---|---|---|
| Höhe ? | $9^\circ\ 4'$ Schatten, | |
| Schatten $1^\circ\ 3'$ | $10'$ Höhe | |
| 13 | 940 | $7^\circ\ 2'\ 3''$ (Fig. 29. 3.) |
| | 91 : | |
| | 30 | |
| | 26 | |
| | 40 | |

4) Oder man legt in einer Entfernung vom Thurme einen Spiegel horizontal auf die Erde, so daß man die Spitze desselben in der Mitte erblickt. Nun mißt man die Linie ac und die Linie dc; die Höhe der Linie dc bis zum Auge des Menschen $= 5'$.

| | | |
|---|---|---|
| Höhe ? | $9^\circ\ 8'$ Entfernung ac. | |
| Entf. dc $= 8'$ | $5'$ Höhe. | |
| 8 | 490 | $6^\circ\ 1'\ 2''\frac{1}{2}$. (Fig. 29. 4.) |
| | 48 | |
| | 10 | |
| | 8 | |
| | 20 | |
| | 16 | |
| | 4 | |

$\angle f = \angle g$; (denn unter demselbigen Winkel, unter welchem die Strahlen bey g auffallen, werden sie bey f zurückgeworfen.)

$\angle a = \angle d$; beyde $= 90^\circ$, folglich

$\angle e = \angle b$; (die 3 Winkel in einem Dreyecke haben zusammen $180^\circ$ und weiß man die Größe zweyer Winkel; so kann man auch den dritten finden, wenn man die Summa der 2 bekannten von $180^\circ$ abzieht.) (Fig. 30.)

und die Linie ab steht mit der Linie ac in derselben Proportion, in der die Linie de mit der Linie cd steht.

§. 11.

III. Fall. (§. 7, 2. c.) Wie weit ist von A nach B, welche beyden Gegenstände jenseits eines Flusses liegen? (Trig. §. 58, 8.)

a) Eine horizontale Linie also.

— Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

1) Man mißt diesseits eine Stand-Linie, deren Länge aber mit der Länge AB im Verhältnisse stehen muß, d. h. gegen diese nicht zu kurz seyn darf. An den einen Punkt dieser Stand-Linie z. B. in C setzt man einen Meßtisch, visirt nach A, nach B und nach D und zieht nach diesen Richtungen 3 Linien. So lang die Stand-Linie CD ist, so lang muß diese Linie auf dem Meßtische nach dem verjüngten Maßstabe seyn. Nachdem trägt man den Meßtisch nach D, aber so, daß die Stand-Linie auf dem Papier gerade über der großen Stand-Linie hinlauft. Von diesem Stand-Punkte aus visirt man ebenfalls nach A und nach B und wo sich die Linien durchschneiden, da sind die Punkte, von denen aus gemessen wird = EF. (Fig. 31.)

§. 12.

Wie weit ist von a nach b, wie hoch ist ein Thurm, Baum rc. zu welchem man eines Sumpfes, oder Wassergrabens wegen nicht kommen kann? (Trig. §. 52, 5. u. 6.)

b) Eine vertikale Linie also.

— Aehnlichkeit der Triangel. (§. 8, 2.)

1) Stände zufälliger Weise dem zu messenden Gegenstande ein 2—3 stöckiges Haus gegen über, dann könnte man gerade wieder wie §. 11, 1. verfahren, die zu messende Stand-Linie, von deren beyden End-Punkten aus visirt werden werden müßte, gienge jedoch vertikal von dem Fußboden der untern Etage bis zum Fußboden der obern rc. (Fig. 32. 1.)

2) Oder

2) Oder man setzt den Meßtisch vertikal in c und sucht auf demselben den Winkel bef, dann mißt man die Linie cd und giebt dieser Linie auf dem Papiere eben so viele Ruthen ꝛc. nach dem verjüngten Maßstabe. Hierauf setzt man den Meßtisch abermals vertikal in d und sucht von dem Punkte g aus den Winkel bgf. Da wo die Linien, nach der Thurmspitze gezogen, einander durchschneiden, läßt man eine Vertikal-Linie auf die Linie eg fallen und diese, nach dem verjüngten Maßstabe gemessen, giebt die Höhe der Linie bf an und addirt man die Höhe des Tisches, so hat man die ganze Höhe von a nach b. (Fig. 32. 2.)

## §. 13.

B. Krumme Linien mißt man

1) mit einem Faden, oder der Schmid dreht sein Rad, an dem er ein Zeichen mit Kreide gemacht hat, auf dem Eisenstabe so lange herum, bis das Zeichen wieder kommt ꝛc.

2) Kann man den Umfang nicht messen, so mißt man den Diameter und dieser verhält sich zur Peripherie wie 7 zu 22, oder genauer noch $= 1 : 3\frac{14}{100}$ oder $= 100 : 314$.

Wäre z. B. der Diameter = 5 Fuß, so sagt man:

| | | |
|---|---|---|
| Periph. ? | 5′ Diam. | |
| Diam. 100 | 314 Periph. | |
| 100 | 1570\|00 | $15\frac{7}{10}$ Fuß also die gesuchte Peripherie. |

---

# II. Planimetrie.

---

## §. 14.

Da das Messen der Flächen mit dem Flächen-Maße, oder mit der Quadrat-Ruthe, d. h. einem Maße 1° lang und 1° breit, sehr beschwerlich, (man müßte sie auf einen Acker von 160 □° gerade 160mal auflegen und dabey das Ge-

messene zeichnen, damit es nicht noch einmal gemessen würde;) ja bey Seen, Sümpfen ꝛc. ganz unmöglich ist; so bedient man sich auch hier lieber des Längen-Maßes, mißt damit die Länge und Breite und multiplicirt beyde mit einander, wo man denn ebenfalls den Flächen-Raum, oder das Quadrat-Maß findet.

$$\begin{pmatrix} 1\ \square^{\circ}\ \text{à}\ 10' = 100\ \square' \text{ oder } = 10000\ \square'' \\ 1\ \square^{\circ}\ \text{à}\ 12' = 144\ \square' \text{ oder } = 20736\ \square'' \end{pmatrix}$$ (Fig. 33.)

## §. 15.

Linien, die an Bergen auf- und ablaufen, müssen so gemessen werden, als wenn sie horizontal liefen. Von a nach c ist eine größere Fläche, als von a nach b, wie Jeder beym ersten Blicke gewahr wird. Gesetzt nun, der gewissenhafteste und geschickteste Feldmesser hätte an dem Abhange des Berges von a nach c, also auf der schiefen Ebene 160 □° oder 1 Acker gemessen, und der Berg würde durch die Länge der Zeit, durch Regengüße ꝛc. immer flacher, oder der Besitzer dieses Berges ließe ihn einebnen, so daß die Spitze cde in adf aufgeschüttet würde; wäre denn von f nach d und e noch 1 Acker? Gewiß nicht. Was aber der Feldmesser für 1 Acker ausgiebt, das muß in allen angenommenen Fällen auch 1 Acker seyn und bleiben. (Fig. 34.)

Aber wenn von a nach b gemessen, schon 1 Acker herauskommt; so muß ja die schiefe Fläche von a nach c mehr als 1 Acker betragen? Ja wohl, dieß ist nicht nur der Fall, sondern dieß darf auch der Fall seyn, da die größere Fläche am Abhange eines Berges immer weniger trägt, als 1 Acker in der Ebene, wo mehr Feuchtigkeit ist; oder, wenn auch bey Weingärten der Ertrag gleich seyn sollte, die Baukosten eines Weinberges immer beträchtlicher sind, als die eines Weingartens in der Ebene.

Die Frage: "Wachsen am Abhange eines Berges, z. B. ab mehr Gewächse, als in der Ebene bc?" läßt sich daher nach dem bereits Gesagten leicht beantworten.

Soll-

Sollten auf der Linie ab in derselben Richtung, wie ac läuft, Pfähle, und zwar einer an dem andern, eingeschlagen werden; so würde man auf der Linie ab nicht mehr brauchen, als auf der Linie cb. (Fig. 35.)

a) Allein an dem Abhange eines Berges stehen einmal, was augenscheinlich die Erfahrung lehrt, weder Bäume, noch Gras ꝛc. in einer vertikalen Linie, sondern etwas lehnend bergabwärts; (Fig. 36.)

b) und gesetzt, sie ständen wirklich vertikal; so würden, wenn sie nur nicht so nahe gesetzt werden, daß ein Stamm den andern berührt, dieselben am Abhange viel näher gesetzt werden können, als unten in der Ebene, es würden also mehrere auf der schiefen, als wie auf der horizontalen Fläche stehen können; denn die Entfernung der Gewächse von einander hängt ab:

1) von dem Durchmesser der Krone oben;
2) von der Ausbreitung der Wurzeln, und
3) von dem freyen Luftzuge.

Wenn daher die Bäume in ab wegen der Krone, mit der sie einander ausserdem berühren würden, etwas weiter aus einander gesetzt werden müssen; so kann man die Bäume in bc, wo die Krone des obern über der des untern emporragt, näher setzen; die Wurzeln laufen auf bc nicht in einander und entziehen einander die Nahrung nicht; endlich werden in cb alle Bäume vom freyen Luftzuge bestrichen, während dem in ab nur die äussern der freyen Luft genießen und die mittlern, zu ihrem größten Nachtheile, derselben ganz beraubt sind. (Fig. 37.)

§. 16.

Da in der Planimetrie der Fall eben so gut vorkommen kann, daß die ganze Oberfläche eines Körpers, z. B. unserer Erdkugel, nach Quadrat-Maße ausgemessen werden soll, als der Fall besonders in der Geodäsie vorkommt, wo man nur die Fläche eines Stück Landes von einer bestimmten Figur auszumessen hat; so muß also die Benennung der Körper nach ihren verschiedenen Figuren hier vorausgeschickt werden.

A. Mit

A. Mit geradlinigen Grundflächen:]

1) Prismate, d. h. eckige Körper, die oben, mitten und unten von gleicher Dicke und Gestalt sind.]

Die Seitenflächen sind soviele Parallelogrammen (§. 6. A. 2.) als die Grundfläche Seiten hat. Die Prismate sind:

a) 3-eckige,
b) 4-eckige und
c) vieleckige. (Fig. 38. a. b u. c.)

Sind die Grundflächen des Prisma's Parallelogrammen, so heißt dasselbe Parallelopipedum und ein senkrechtes Parallelopipedum von 6 gleichen Quadraten eingeschlossen = Cubus oder Würfel. (Fig. 39.)

2) Pyramiden; eckige Körper, die sich oben zuspitzen. Sie sind a) entweder 3-eckig; b) 4-eckig, oder c) vieleckig. (Fig. 40. a. b u. c.)

B. Mit krummen Grundflächen:

3) Cylinder, Walzen, durchaus (oben, mitten und unten) gleich dick. (Fig. 41.)

4) Kegel, nach oben zugespitzt. (Fig. 42.)

5) Kugel, wo alle Punkte auf der Oberfläche gleichweit vom Centrum sind. (Fig. 43.)

§. 17.

In der Planimetrie wird

I. entweder der Quadrat-Inhalt einer Fläche, deren Gränzen bereits bestimmt sind, gesucht; oder

II. die Gränzen einer Fläche, welche einen gewissen Quadrat-Inhalt haben soll, werden erst bestimmt.

In beiden Fällen kommt Alles darauf an:

a) ob in der Figur rechte Winkel, oder

b) ob in derselben schiefe Winkel sind, in welchem letzten Falle die Figur erst in eine andere Figur mit rechten Winkeln verwandelt werden muß,

um dann erst nach dieser vorgenommenen Operation, wie bei a) verfahren zu können.

§. 18.

Wie sucht man

I. den Quadrat-Inhalt solcher Flächen, deren Gränzen bereits bestimmt sind, wenn

A) die Figur derselben geradlinig und

a) in derselben rechte Winkel sind?

1) Z. B. eines regulären oder länglichten Quadrats? (Fig. 16 u. 17.)

Man multiplizirt die Länge und Breite mit einander.

1) Länge des Feldes = $13^{\circ}4'8''$ geometr. Maßes, u. die Breite desselben = $7^{\circ}2'0''$ detto detto

```
   26960
  9436
  ------
  970560
```

970560 □ Zolle, und mit 100 dividirt, so bekommt man Fuß und dividirt man noch einmal mit 100, so erhält man Ruthen, oder kürzer: Man schneidet 2 und 2 Zahlen von hinten her ab und man hat = $97^{\circ}$ $05'$ $60$ □''.

2) Eine Mauer soll nach Quadrat-Ruthen veraccordirt werden.

Dieselbe wird lang = $3^{\circ}4'10''$ Werkmaß, od. = 490 Zoll, hoch oder breit = $11'4''$ detto od. = 136 dto.

```
                                    2940
144) 66640'' | 462 □ Fuß;           1470
     576..   |                      490
     -----                          -----
      904.                          66640 □ Zolle,
      864.
      ----
       400
       288
       ---
       112 □ Zoll.        144) 462' | 3 □ Ruthen;
                               432  |
                               ---
                                30 □ Fuß;
```

Summa = 3 □° 30' 112''.

Wurde

Wurde accordirt, daß die Mauer 1 Fuß dick werden sollte, in der Folge aber bestimmt, daß sie eine Dicke von $1\frac{1}{2}$ Fuß erhalten sollte; so rechnet man die Hälfte des gefundenen Quadrat-Inhalts mehr; z. B. 3° 30′ 112″

1° 87′ 56″

Summa = 4° 118′ 168″

144

und 24″

3) Die krumme Seitenfläche eines Cylinders soll mit Blech beschlagen und die Kosten sollen nach Quadrat-Fußen berechnet werden.

Die Länge oder Höhe des Cylinders

= 5′ 7″ Werkmaß, oder = 67 Zolle,

Die Peripherie oder Breite desselben

= 1′ 8 Werkmaß, oder = 20 Zolle,

1340 □ Zolle.

144) 1340 | 9 □ Fuß u. 44 □ Zolle zusammen. (Fig. 41.)

1296

44

4) Ein Würfel soll mit Kupfer beschlagen und der Betrag des Arbeitslohns nach Quadrat-Schuhen ausgeschlagen werden.

Man mag ihn nach der Länge, Breite oder Höhe messen; so findet man 1′ 7″ Werkmaß,

oder 19 Zolle,

19

171

19

361 □ Zolle hält also eine Fläche des Würfels; dieser hat 6 gleiche Flächen, also

6 mal genommen,

144) 2166 □ Zolle | 15 Quadrat-Fuß und 6 Quadrat-Zoll also zusammen zu bezahlen. (Fig. 39.)

144

726

720

6

5) Ein

5) Ein Spritzen-Kasten soll inwendig mit Kupfer beschlagen werden. Wie viele Quadrat-Fuß Kupfer sind nöthig? Da der Kasten oben offen bleibt, so sind nur 5 Flächen zu berechnen.

Die Länge = 4′ 3″ = 56 Zolle;
die Breite = 3′ 0″ = 36 dto.
die Höhe = 2′ 4″ = 28 dto.

a) der Boden = 56 Zoll lang und
36 Zoll breit
336
168
144) 2016 □ Zolle | 14 Quadrat-Fuß.
144
576
576
0

b) Die lange Nebenseite = 56″ lang,
28″ hoch;
448
112
1568 □ Zolle.
Da deren 2 sind, × 2
3136

144) 3136 □ Zolle | 21 □ Fuß und 112 □ Zolle;
288
256
144
112

c) Die

c) Die kurze Nebenseite = 36 Zoll breit,
28 Zoll hoch;

288
72
1008
2
2016 □ Zolle.

144) 2016 □″ | 14 □ Fuß.
144.
576
576
0

Also a) = 14 Quadrat-Fuß;
b) = 21 dto. u. 112□″
c) = 14 dto. —

Summa = 49 □ Fuß u. 112″ ($\frac{7}{9}$ □ Fuß)
(Fig. 44.)

§. 19.

b) Hat die Figur schiefe Winkel, so muß sie erst in eine Figur mit lauter rechten Winkeln verwandelt werden, um dann wie bei a) verfahren zu können.

Da man einen schiefwinkligen Acker ohnmöglich auf dem Felde sogleich in eine rechtwinklige Figur verwandeln kann; so zeichnet man gewöhnlich erst eine ähnliche kleine Figur aufs Papier — man nimmt ein Stück Feld, oder eine Gegend auf — legt sie in Grund.

Dieses geschieht

A. bei geradlinigen Figuren

1) indem man mit der Ruthe die Umfangs- und die Diagonal-Linien mißt und die so entstandenen Triangel aufs Papier zeichnet. (Fig. 45.)

(Man hat jedesmal 3 Diagonal-Linien und
2 Triangel weniger, als die
Figur Ecken hat.)

2) in-

2) indem man in der Mitte des auszumessenden Stückes einen Punkt wählt, auf den man den Meßtisch setzt, von hier aus nach allen Ecken visirt und mit dem Bleistefte Linien zieht und diesen nach dem verjüngten Maaßstabe dieselbige Länge giebt, welche die langen Linien — mit der Gerte gemessen — haben.

Zuletzt zieht man von einem Endpunkte zum andern Querlinien. (Fig. 46.)

3) indem man — bei Sumpf und Wald — die Umfangs-Linien und die Winkel mißt; (Fig. 47.)

4) indem man eine verhältnißmäßig lange Stand-Linie mißt, von deren 2 Endpunkten aus man das Ganze übersehen kann. Die Länge der Standlinie wird nun nach dem verjüngten Maßstabe aufs Papier getragen und von beiden Enden aus wird nach allen Ecken visirt, wohin man auch Linien zieht. Da, wo sich Linien durchschneiden, ist die Länge. (Fig. 48.)

(Auf diese Weise kann man ganze Gegenden aufnehmen und will man die Figur noch einmal abzeichnen, so darf man nur die Punkte mit einer Nadel auf einem weissen Papier abstechen.)

B. Bei krummlinigen Figuren steckt man durch Stäbe gerade Linien ab und berechnet den Quadrat-Inhalt der geradlinigen Figur. Dann wird der Raum zwischen den geraden und krummen Linien in kleinen Dreyecken oder länglichten Quadraten berechnet und von der ersten gefundenen Summa abgezogen. (Fig. 49.)

§. 20.

2) Den Quadrat-Inhalt eines Trapeziums, worin nur 2 Linien parallel laufen, findet man, indem man die 2 parallel laufenden Linien mißt, beide addirt und die Summa halbirt, d. h. eine Mittelzahl sucht und dasjenige, was man von der langen Linie abschneidet, an die kurze Linie ansetzt, so daß man wieder den Fall §. 18. 1) bekommt.

Die lange Parallel-Linie = 14° 7′ 6″
die kurze dto. = 12° 0 0″

2) 2676 | 13° 3′ 8″ Mittelzahl.

die Breite oder senkrechte Höhe — — — — = 7° 0′ 0″

93° 66′ 00 □″

(Fig. 50.)

§. 21.

3) Den Quadrat-Inhalt einer Raute, eines schiefstehenden Parallelograms, findet man, indem man auf die Grund-Linie oder Basis eine senkrechte Linie fallen läßt und die Höhe dieser Linie mit der Länge der Basis multiplicirt.

(2 Parallelogramme, welche gleiche Grund-Linie und gleiche Höhe mit einander haben, sind auch in Ansehung ihres Flächen-Raums einander gleich.)

Eigentlich schneidet man in Gedanken das △ a ab und setzt es bey b wieder an, so daß man wieder den Fall §. 18. 1. erhält, z. B. die Basis = 6′ 0″

die senkrechte Höhe = 5′ 6″

360
300
33′ 60″

(Fig. 18.)

§. 22.

(Trig. §. 56—58.)

4) Den Quadrat-Inhalt eines Triangels findet man, indem man die Grund-Linie und die senkrechte Höhe mit einander multiplicirt und das Produkt mit 2 dividirt, oder, was noch kürzer ist, bey geraden Zahlen gleich die Hälfte entweder der Basis oder der senkrechten Höhe nimmt. (Eigentlich macht man erst ein Parallelogram, verwandelt dieses nach §. 21. in ein Rechteck und "da ein Dreyeck die Hälfte von einem Parallelogramme ist, welches gleiche Basis und gleiche Höhe mit ihm hat,

hat; so muß der gefundene Quadrat-Inhalt, als der Inhalt des Quadrats, halbirt werden.)

Basis = 3° 4′ 6″
Höhe = 2 6 4″

1 3 8 4
2 0 7 6
6 9 2

2) 9 1 ′3 4 4
= 4° 56′ 72″

oder 3° 4′ 6″ × mit der Hälfte der Höhe
1 3 2″

= 4° 56′ 72″. (Fig. 15.)

§. 23.

5) Den Quadrat-Inhalt eines Trapezium's, worin gar keine Linien parallel laufen, so wie eines Vielecks findet man, indem man dieselben in Dreyecke theilt, jedes einzelne Dreyeck nach §. 22. berechnet und zuletzt die Summen der gefundenen Zahlen addirt. (Eine Grund-Linie für 2 Dreyecke genommen, ist kürzer.) (Fig. 20. u. 22.)

(Ist das Vieleck regulär, so macht man die Triangel vom Mittelpunkte aus, berechnet den Quadrat-Inhalt eines einzigen davon nach §. 22. und nimmt dann die gefundene Summe so vielmal, als das Vieleck Ecken hat, also beym 5-Eck 5 mal ꝛc. (Fig. 21.)

Den Quadrat-Inhalt

B. krummliniger Figuren,

§. 24.

6) eines Kreises, Zirkels, findet man, indem man

a) entweder den Umfang mit $\frac{1}{4}$ des Durchmessers } multiplicirt.
oder den Diameter mit $\frac{1}{4}$ der Peripherie }

(Der ganze Kreis kann vom Mittelpunkte aus in lauter äusserst kleine Dreyecke getheilt werden; daher wird

nach §. 22. der $\frac{1}{2}$ Radius oder $\frac{1}{4}$ des Diameters zur Basis angenommen. (Fig. 23.)

z. B. Diam. = 100. u. Periph. = 314; also

$$\begin{array}{r} 314 \\ 25 \\ \hline 1570 \\ 628 \\ \hline 7850 \end{array}$$

7850 Quadrat-Inhalt des Kreises.

b) Ist die Seite eines regulären Quadrats = 100, so ist der Quadrat-Inhalt des Stücks = 10000; also das Verhältniß des □ Inhalts eines Kreises zum Verhältniß des □ Inhaltes eines Quadrats } wie 7850 : 10000

oder kürzer

= 785 : 1000. (von beyden Zahlen 0 abgeschnitten.)
= 157 : 200. (beyde Zahlen mit 5 dividirt.)

z. B. des Kreises Diameter = 100; und der Quadrat-Inhalt eines regulären Quadrates von gleichem Durchmesser = 10000. Nun sagt man:

| □ Inhalt des Kreises? | 10000 □ Inhalt eines □; |
|---|---|
| — 1000. | 785 0 |
| | 7850 Quadrat-Inhalt des Kreises, wie bey a. (Fig. 41.) (Fig. 51.) |

§. 25.

7) einer **Kugel** findet man, indem man den Diameter mit der Peripherie multiplizirt.

Die Periph. unserer Erde = 5400 Meilen, der Diameter derselben = 1720. —

$$\begin{array}{r} 1720 \\ 54\ 00 \\ \hline 688\ 000 \\ 8\ 60\phantom{0\ 000} \\ \hline \end{array}$$

also der Quadrat-Inhalt unserer Erde beträgt in □ Meilen = 9,288,000. (Fig. 43.)

§. 26.

II.) Wie bestimmt man die Gränzen einer Fläche, welche

a) in lauter gleiche Theile getheilt werden soll?

α) bey regulärer Figur.

1) Wie schneidet man von einem Parallelogramme $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ab?

Man theilt die Basis in 3 oder 4 gleiche Theile und zieht Parallel-Linien. (Man vergleiche §. 21.) (Fig. 19.)

§. 27.

2) Wie theilt man einen Garten mit einem Brunnen in 2 gleiche Theile und zwar so, daß der Brunnen gemeinschaftlich bleibt?

Man mißt die Linie von a nach b, eine eben so lange mißt man von c nach d und zieht dann von a nach d die gesuchte Linie. (Fig. 52.)

§. 28.

3) Wie theilt man ein Dreyeck (man sehe Lehrsatz §. 22.) in 4 gleiche Theile?

Man theilt die Basis in 4 Theile und zieht von da aus Linien in die entgegen stehende Ecke. ("Triangel, welche gleiche Grundlinie und gleiche Höhe mit einander haben, sind auch in Ansehung ihres Flächen-Inhaltes einander gleich.) (Fig. 10.)

§. 29.

4) Wie schneidet man von einem Kreise $\frac{1}{6}$ des Ganzen ab?

Man theilt die Peripherie, als die Basis, in 6 gleiche Theile und zieht Linien nach dem Centrum. (Lehrsatz §. 26. 3.) (Fig. 24.)

β) bey

β) bey irregulärer Figur.

Dieß kann erst nach vorausgeschickten §§. 30—34. bey §. 35. gelehrt werden.

## §. 30.

b) wenn ungleiche Theile von einem bestimmten Quadrat-Inhalte davon abgeschnitten werden sollen?

1) Von einem großen rechtwinkeligen Stücke ein ebenfalls rechtwinkeliges, das 140 □° 67 □' enthalten soll.

Den Quadrat-Inhalt fand man, indem man die Länge und die Breite multiplicirte, und weiß man die Länge, z. B. 13° 5' und dividirt damit in den abzuschneidenden □ Inhalt, so findet man auch die Breite.

```
135') 14067 □' | 10° 4' 2'' die Breite des Stücks also.
      135..    |                          (Fig. 17.)
      -----
        567
        540
      -----
        270  (an 27/135 ein 0 angehängt und man be-
        270                kommt auch Zolle.)
      -----
          0
```

## §. 31.

2) Wäre aber das Stück zu groß, als daß man nach seiner ganzen Länge, oder nach seiner ganzen Breite 1 Acker abschneiden könnte, weil dieser sonst zu schmal werden würde; so schneidet man ein vollkommenes Quadrat ab und wie lang jede Seite desselben seyn müsse, dieß findet man durch das Ausziehen der Quadrat-Wurzel.

Z. B. a) $\sqrt[2]{160^{\square°}}$ | 12° 6′ 4″ jede Seite lang.

```
  160□°  | 12° 6′ 4″
  1′     |
  ----
   60
  (22)
   44
  -------
   16(00)
   (246)
   14 76
  ----------
     1 24(00)
      (2524)
     1 00 96
  ----------
       23 04 Cub. Zoll sind noch übrig.
```

a) Man theilt die Zahlen, von hinten her gezählt, in 2 und 2 Ziffern;

b) sucht die Wurzel zu dem vordersten 1 = 1.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Wurzeln: | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
| Quadrate: | 1. | 4. | 9. | 16. | 25. | 36. | 49. | 64. | 81. |

c) zum Reste, der nach dem Dividiren übrig blieb, kommen die 2 folgenden Zahlen herunter.

d) Der neue Divisor wird gefunden, wenn man den Quotienten mit 2 multiplizirt und derselbe wird dann so unter den Dividend gesetzt, daß die hinterste Zahl frei bleibt, worunter der neue Quotient kommt.

e) Der neue Quotient wird zu dem Divisor gesetzt, beide Zahlen werden mit dem Quotienten multiplizirt und das Produkt abgezogen.

f) Wieder wie bei c) angefangen.

b) 160 □ Ruthen war eine Irrational-Zahl (ließ sich nicht, ohne daß ein Bruch zurückgeblieben wäre, ausziehen); erst blieben 16 □ Ruthen übrig und man setzte zu 16 noch 00, um Fuß zu bekommen ꝛc. Quadrirt man 12° 6′ 4″ und setzt man zum gefundenen Quadrate = 1 5 9 7 6 9 6

den Rest = 2 3 0 4

so hat man wieder = 160,°00′,00″

(160 □ Ruthen in Schweinf. = 1 Acker; und 1° à 10′ oder 6 Ellen, oder 6 Schritten.)

✓ 318 □°, 26′, 56″ | 17° 8′ 4″ jede Seite.

```
 1′
 ――――
 2,18    ..  ..
  (27)   ..  ..
 189     ..  ..
 ――――――――――
 29    26
     (348) ..
 27    84  ..
 ――――――――――――――
  1   42  56
      (3564)
  1   42  56
 ――――――――――――――
           0
```

Probe: 17° 8′ 4″

```
      17 8 4
  ――――――――――
     7 1 36
  14 2 7 2
 124 8 8
 178 4
 ――――――――――――――
 318°, 2 6′, 56 □″
```

c) Wollte man ein **doppelt** so großes Stück, als das vorhergehende, abschneiden, so ist jede Seite desselben nicht 2 mal 17° 8′ 4″ oder 35° 6′ 8″ lang; sondern

✓ 636 □°, 53′, 12″ | 25° 2′ 2″ u. $\frac{4828''}{5042}$

```
 4′   ..
 ――――
 236       ..
 (45) ..
 225  ..
 ――――――――――
  1153   ..
  (502)
  1004   ..
 ――――――――――――――
   149, 12
  (50  42)
   100 84
 ――――――――――――――
    48 28
```

Probe: 25° 2′ 2″

```
        2522
     ――――――――
        5044
       5044
    12610
    5044
 ――――――――――――
    6360484
       4828 Bruch.
 ――――――――――――
  636°, 53′ 12 □″
```

(Jede Seite à 35° 6′ 8″ würde 4 mal soviel gegeben haben.)

§. 32.

3) Wie schneidet man von einem rechtwinkeligen Quadrate ein Dreyeck = 160 □ Ruthen ab? Da nach Lehrsatz §. 22. ein △ die Hälfte eines Parallelograms ist; so nimmt man nur die Hälfte der Länge (oder Breite), um damit in den Quadrat-Inhalt zu dividiren.

Die Länge des Stücks = 30° 8′;
also die Hälfte = 15° 4′

```
15° 4′ 0″) 160 □°00′00″ | 10° 3′ 8″ 74/77 Zoll die Breite,
           154  . . . 0 |            welche man suchte.
           ---
             6 00
             4 62 .
           ------
             1 38 0
             1 23 2
           ------
               14 8 0
```

(Fig. 16.)

§. 33.

4) Wie schneidet man von einem schiefen Acker ein Dreyeck ab? Man nimmt, wie §. 32., die halbe Länge des Ackers und dividirt damit, um die Breite (hier die senkrechte Höhe) zu finden, in den Quadrat-Inhalt. Z. B. die Länge des Feldes 40° und 180 □° sollen abgeschnitten werden.

20) 180 | 9° also die Breite und nun setzt man auf die 40° lange Linie eine senkrechte Linie = 9°, zieht mit der Basis eine Parallel-Linie u. durchschneidet am Ende dieses so entstandene Parallelogram durch eine Diagonal-Linie. (Fig. 53.)

§. 34.

5) Wie schneidet man von einem schiefen Acker ein Quadrat ab? Man schneidet 2 Dreyecke nach §. 33. ab, und sollte das Quadrat 320 □° enthal-

 ten,

ten, so giebt man jedem Dreyecke die Hälfte davon = 160 □°.

die Länge des Ackers = 40° angenommen, also die Hälfte = 20°.

20) 160 | 8° Breite, oder senkrechte Höhe.

a) Basis = 40°
senkrechte Höhe = 8°
2) 320 | 160 □°.

Auf die innere Linie des ersten gefundenen Dreyecks = 36° setzt man ein 2tes Dreyeck und zwar so gegen einander, daß dadurch ein Quadrat entsteht. (Fig. 54.)

18) 160 | 8° 8′ 8″ $\frac{8}{9}$ Breite, oder senkr. Höhe.
144
160 — Statt 2 Nullen hier u. 1 Nulle an
144 den Divisor anzuhängen, hängt
160 man lieber an den Dividend nur
144 1 Nulle und an den Divisor gar
16 Nichts an.

b) Basis = 36° 0′ 0″
senkr. Höhe = 8° 8′ 8″ $\frac{8}{9}$
532800
2664
3200
2) 320, 00, 00 | 160 □°
Summa = 320 □ R.

§. 35.

1) Wie theilt man eine irreguläre Figur — von 360 Quadrat-Ruthen — in 3 gleiche Theile? (Siehe Anmerkung nach §. 29.)

3) 360 | 120 □ Ruthen kommen auf einen jeden Theil.

Nun mißt man den Quadrat-Inhalt des △ abc (nach §. 22.) und gesetzt, derselbe seye = 85 □ Ruthen, so hätte man

man auf die Linie bc noch ein △ von 35 □ Ruthen zu setzen (nach §. 33.)

85 u.
35
120 □ Ruthen = 1ster Theil.

Hierauf sucht man den Quadrat-Inhalt des △ def auf der entgegengesetzten Seite, z. B. = 72 □° und setzt auf die Linie df ebenfalls noch ein △ = 48 □°, so hat man

72 u.
48

abermals = 120 □ Ruthen = 2ter Theil, und was in der Mitte übrig geblieben ist, muß denn ebenfalls als der 3te Theil 120 □° enthalten.

(Hat man diese Eintheilung auf dem Papiere gemacht, dann ist sie leicht auch auf dem Felde zu machen; von f nach g auf dem verjüngten Maßstabe soll z. B. 7° 3′ seyn, also mißt man die Linie fg im Großen eben so lang.)

---

# III. Stereometrie.

## §. 36.

Da das Maß, dessen man sich zum Ausmessen des ganzen Inhaltes eines Körpers zu bedienen hätte, 1 Ruthe lang, 1° breit und 1° hoch (oder dick) seyn müßte, folglich das Messen mit der Cubik-Ruthe noch beschwerlicher, als mit der Quadrat-Ruthe, ja in manchen Fällen ebenfalls unmöglich wäre; (um einen Baum nach Cubik-Fuß zu verkaufen, müßte man denselben erst in lauter Würfel zerschneiden, womit aber auch sein ganzer Werth verlohren gienge;) so bedient man sich auch hier wieder des Längen-Maßes, mißt damit die Länge und Breite und sucht durch Multipliziren den Quadrat-Inhalt; hierauf sucht man noch

noch die Höhe, (oder Dicke) und multiplizirt hiermit den Quadrat-Inhalt, welches den körperlichen, oder Cubik-Inhalt giebt.

(1 Cubik-Ruthe Feldmaß = 1000 Cubik-Fuß,
oder = 1,000,000 Cub. Zoll.)

(1 Cubik-Ruthe Werkmaß = 1728 Cubik-Fuß,
oder = 2,985,984 Cub. Zoll.)

§. 37.

Wie sucht man den Cubik-Inhalt

A) regulärer Körper, z. B.

1) eines Prisma's? (§. 16. 1.)

Nachdem man den Quadrat-Inhalt seiner Grundfläche oder Basis nach §. 18—23. gesucht hat, so multiplizirt man diesen noch mit der Höhe.

1 Klafter Holz im Walde = 5 Fuß breit, 5' hoch und die Scheiter 3' lang = 75 Cub. Fuß.

1 Klafter Holz am Wasser = 6 Fuß breit, 6' hoch und die Scheiter 3' lang = 108 Cub. Fuß.

(Ein verschobenes Klafter faßt weniger Holz, als ein senkrecht stehendes. (Lehrsatz §. 21. Fig. 18.)

1 gemeines Brett 10' lang oder 120 Zoll
breit = 10 —
dick = 1 —
} = $\frac{1200}{1728}$ Cub. Zoll,
oder nicht gar $\frac{3}{4}$ Cub. Fuß.

also 1 Schock = 72000 Cub. Zoll, oder $41\frac{2}{3}$ Cub. Fuß.

§. 38.

Man findet den cubischen Inhalt

2) einer Pyramide, (§. 16, 2.) indem man den gefundenen Quadrat-Inhalt der Basis mit $\frac{1}{3}$ der Höhe multiplizirt. ($\frac{2}{3}$ des Prisma's fallen hier weg.) (Fig. 56.)

Eine

Eine Pyramide in Aegypten = 345' hoch u.
jede Seite der □ förmigen Grundfläche 700
= 700' lang 700

also der Quadr. Inh. der Basis = 4900°00'
$\frac{1}{3}$ der Höhe = 115'

10350,000
und der cubische Inhalt 460

= 56,350,000 Cub. Fuß.

§. 39.

3) eines Cylinders. (§. 16, 3.) Nachdem man den Quadrat-Inhalt der Grundfläche nach §. 24. gesucht hat, so multiplizirt man diesen noch mit der Länge.

Diamet. einer Mühl. Welle
= 1$\frac{1}{2}$ Schuh oder 18''
Peripherie . . . = 56$\frac{1}{2}$''

108
90
9
4) 1017 | 254$\frac{1}{4}$ □ Zoll;

die Länge dieser Welle = 18' oder 216''

1524
254
508
54
1728) 54918 Cub. Zoll | 31$\frac{7}{9}$ Cub. Fuß.
5184

3078
1728

1350

Eine

Eine Welle Reißig-Holz, deren Peripherie = 3′ und deren Länge ebenfalls = 3′ beträgt, hat Diamet. = $\frac{300}{314}$ Fuß;

3 multiplizirt mit $\frac{300}{314}$ giebt =

4) $2\frac{272}{314}$ | $\frac{1}{2}$ u. $\frac{68}{314}$ □ Fuß, oder $\frac{225}{314}$ Quadrat-Fuß.

```
        |225
    314 |
        |3
      1 |
314|675|2 47/314 Cubik-Fuß,
   |628|
    47
```

und 1 ganzes Schock

```
    | 675
314 |
    |  60
  1 |
314|40500|
```

an kubischem Inhalte = $128\frac{308}{314}$ Fuß.

Eine Welle 3′ lang u. 2′ im Umfange hat $\frac{300}{314}$ Cubik-Fuß und 1 ganzes Schock — — — $57\frac{102}{314}$ dto.

Eine Schweinf. Maßkanne, ($\frac{1}{64}$ Eym.) deren Diam. = 46 alte Pariser Linien und deren Höhe = 68‴, hat = $112952\frac{8}{100}$ Cub. Lin. ($65\frac{1}{2}$ Cub. Zolle) u. 1 Fuder = 50,200 Cub. Zolle. ohngefähr (29 Paris. Cub.-Fuß.) beyläufig

## §. 40.

4) Eines Fasses cubischen Inhalt findet man, indem man den Quadrat-Inhalt des Kreises innen am Bauche des Fasses und den des Bodens summirt, die gefundene Summe halbirt und diese Mittelzahl nach §. 39. noch mit der Länge des Fasses multiplizirt.

Das große Faß auf der Festung Königstein in Sachsen soll seyn 34 Fuß lang, und der Durchmesser des Bodens soll 22′ der Durchmesser des Bauches aber 24 Fuß messen.

Periph? | 24′ D.
D. 100 | 314 P.

100 | 1256
| 628

| 75,36 | $75\frac{36}{100}$ Fuß

$75\frac{36}{100}$ Peripherie,
24 Durchmesser.

300
150
$8\frac{64}{100}$ Bruch,

4) $1808\frac{64}{100}$ | $452\frac{16}{100}$ □ Fuß
2

Periph? | 22′ D.
D. 100 | 314 P.

| 628
| 628

100 | 69,08 | $69\frac{8}{100}$ Fuß

$69\frac{8}{100}$ Peripherie,
22 Durchmesser,

138
138
$1\frac{76}{100}$ Bruch;

4) $1519\frac{76}{100}$ | $379\frac{94}{100}$ □ Fuß
33

$452\frac{16}{100}$ großer Kreis,
$379\frac{94}{100}$ kleiner dto.

2) $832\frac{10}{100}$ | $416\frac{1}{20}$ □′

$416\frac{1}{20}$ □′ als Mittelzahl zwischen beyden Kreisen;
34 Länge des Fasses.

1664
1248
$1\frac{7}{10}$ Bruch,

$14145\frac{7}{10}$ Cub. Fuß.

Fuder? | $14145\frac{7}{10}$ Cub. F. Nürnb.
Nürnb. Cub. Fuß $3\frac{1}{8}$ | 1 Eymer,
Eym. 12 | 1 Fuder.

5 | 141457 | 377 Fuder 2 Eym. 44 Ms.
25 | 1125
3 | 2895
375 | 2625

2707
2625

82

cf. §. 45. b.

§. 41.

## §. 41.

Zum Visiren der Fässer bedient man sich gewisser Stäbe.

a) Der gemeine Visir-Stab wird, statt daß im vorhergehenden §. Schuhe angenommen waren, willkührlich in lauter gleiche Theile, z. B. in Zolle ꝛc. getheilt. ($2\frac{1}{4}$ einer Schweinf. Elle.)

Ein Fäßchen ist lang $13\frac{1}{2}$ solcher angenommenen Theile,
der Bauch-Durchmesser hat $10\frac{1}{2}$ — — —
der Boden-Durchmesser hat $9\frac{1}{2}$ — — —

Man sehe §. 24. b.

```
  | 21              | 19
2 |               2 |
  | 21              | 19
2 |             2   |
  | ——              | ———
  |  21             | 171
  | 42              | 19
  | ———             | ———
4 | 441 | 110¼ □  4 | 361 | 90¼ □
```

$110\frac{1}{4}$ das große □
$90\frac{1}{4}$ das kleine □,

2) $200\frac{1}{2}$ | $100\frac{1}{4}$ die Mittel-Zahl.

```
      O? | 100¼ □
   □ 200 | 157 O
  ———————|———————
       4 |  401
  ———————|———————
     800 |  157
         | 628
         |———————
   62957 | 78 557/800 solcher □ Theile.
   56 00 |
   ——————
      69
      64
   ——————
       5
```

Maß?

| | | |
|---|---|---|
| Maß? | 1062 Cub. Theile, | |
| Cub. Theile 75 | 1 Maß ( $\frac{1}{72}$ Eym.) | |
| 75 | 1062 | $14\frac{1}{6}$ Maß enthält also das Fäßchen. |
| | 75 | |
| | 312 | |
| | 300 | |
| | 12 | |

$78\frac{557}{800}$ □ Inhalt des Bodens;
$13\frac{1}{2}$ Länge des Fäßchens.
$1062\frac{639}{1600}$ solcher Cub. Theile.

| | | |
|---|---|---|
| 800 | 62957 | |
| 2 | 27 | |
| 1600 | 440699 | |
| | 125914 | |
| 1600 | 1699839 | $1062\frac{639}{1600}$ |
| | 16 00 | |
| | 99 | |
| | 96 | |
| | 38 | |
| | 32 | |
| | 6 | |

(Ist der Boden länglich-rund, so muß man den Quadrat-Inhalt des Kreises nach dem größten und nach dem kleinsten Diameter suchen und dann aus dem Quadrat-Inhalte beyder Kreise zusammen die Hälfte oder die Mittel-Zahl nehmen.) (Fig. 25.)

§. 42.

b) Der cylindrische Visir-Stab wird verfertigt:

Auf der einen Seite eines Stabes schneidet man die Höhe einer Maßkanne soviel mal ein, als möglich ist und bemerkt dieses mit 1, 2, 3, 4 u. s. w.

Auf der andern Seite dieses Stabes merkt man den Durchmesser dieser Maßkanne, den Durchmesser einer 2mäßigen, 3—4mäßigen Kanne rc. von gleicher Höhe an.

Wie

Wie groß der Diameter einer 2mäßigen Kanne, die mit einer 1mäßigen gleiche Höhe behalten soll, werden müsse, dieß findet man entweder

1) mit Hülfe des Pythagoräischen Lehrsatzes (der wegen vielfacher Anwendbarkeit Magister matheseos genannt wurde,) und welcher also heißt: "Wenn man auf die "3 Seiten eines rechtwinkeligen Dreyecks Qua"drate zeichnet, so ist das Quadrat auf der Hy"pothenuse — d. i. auf der längsten Seite dem Win"kel von 90 Graden gegen über — so groß, als die "Flächen der beyden andern Quadrate zusammen "genommen, welche auf die Catheten gezeichnet "worden sind." Beweiß:

a = 9 □ Fuß,
e = 16 □ Fuß;

a u. e = 25 □ Fuß und ghcd ebenfalls 25 □ Fuß.

a = bc; denn gleiche Grundlinien und gleiche Höhen (Lehrsatz §. 21.) und da der Δb ∽ Δd, wie jeder auf dem ersten Blicke sieht, also a auch so groß, wie cd.

e = fg; (Lehrsatz §. 21.) und da der Δf ∽ Δh ist, folglich muß e auch so groß, wie gh und ae zusammen so groß, wie cd und gh seyn. (Fig. 57.)

Von a nach b und von a nach c ist der Diameter 1 Maßkanne, bey c schreibt man daher = 1;

Von b nach c ist der Diameter von 2 Maßkannen, die Länge der Linie bc trägt man daher von a nach d ebenfalls auf den Stab und macht bey d ein 2.

Von b nach d giebt die Länge des 3mäßigen Durchmessers u. bey e setzt man 3 hin u. s. w. (Fig. 58.) oder

2) Durch Ausziehen der Quadrat-Wurzel. (§. 31.)

Man theilt den Diameter einer Maßkanne in 100 gleiche Theile.

Das □ 1 Kanne also = 10000 und die Quadrat-Wurzel = 100 Theile.

Das □ 2 Kannen also = 20000 und die Quadrat-Wurzel = $141\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{2}{1}$ Theile.

Das

Das □ 3 Kannen also = 30000 und die Quadrat-Wurzel = $173\frac{71}{343}$ Theile.

Das □ 4 Kannen also = 40000 und die Quadrat-Wurzel = 200 — Theile u. s. w.

Nun mißt man auf der Seite des Stabs, wo der Diameter angemerkt ist

den Bauch-Durchmesser z. B. = $1\frac{1}{2}$ Eymer,
den Brden-Durchmesser — = $1\frac{1}{3}$ —

2) $2\frac{5}{6}$ dto. | $1\frac{5}{12}$ Eym. Mittelzahl des Cylinders.

und auf der Seite des Stabs, wo die Kannen-Höhe steht,
die Länge des Fasses von einem Boden zum andern
= 12 Kannen-Höhen.

12
5 Bruch;

also der Inhalt des Fasses . . = 17 Eymer

(Wie viele Eymer in einem nicht ganz vollen Fasse sind, dieß läßt sich nicht finden, es seye denn, daß das Faß aufgestürzt auf einem seiner Böden stände.)

§. 43.

c) Die cubische Visir-Ruthe, nur bey cylindrischen Fässern brauchbar,

1) verfertigt man am leichtesten, indem man sie durch den Spund, (der aber in der Mitte seyn muß,) so tief in Fässer, deren Inhalt man weiß, hineinsteckt, daß sie unten an dem Boden ansteht und dann oben beym Spunde an derselben anmerkt, wie weit sie im 1, 2, 3 ꝛc. eymerigen oder füderigen Fasse stack.

2) Oder man sucht mit der gemeinen Visir-Ruthe §. 41. die Kapazität einer Maßkanne, z. B. = 1000000; zieht hieraus die Quadrat-Wurzel = 100, als die Länge einer jeden Seite des Würfels; die Quadrat-Wurzel wird quadrirt = 10000; das Produkt duplirt = 20000 und

und aus diesem Duplo die Quadrat-Wurzel gezogen $\sqrt{2,00,00}$ | 141, welche Zahl = 141 den Kreuz-Diameter des Cubi von 1 Maß giebt.

Theilt man den gefundenen Kreuz-Diameter in 100 gleiche Theile, so ist

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| von 1 Maße | der Würfel | | = | 1000000 |
| von 2 Maßen | — | — | = | 2000000 |
| von 3 dto. | — | — | = | 3000000 |
| von 4 dto. | — | — | = | 4000000 u. s. w. |
| von 8 dto. | — | — | = | 8000000 u. s. w. |

und aus diesen Würfeln zieht man endlich die Cubik-Wurzel.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Wurzel: | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
| Würfel: | 1. | 8. | 27. | 64. | 125. | 216. | 343. | 512. | 729. |

$\sqrt[3]{1,000,000}$ | 100 Theile Kreuz-Diam. 1 Maß.

1<br>
—000<br>
000

$\sqrt[3]{2,000,000}$ | $125\frac{46875}{2000000}$ Kreuz-Diam. 2 Maße.

Würfel = 1<br>
1000<br>
a) (3) : :<br>
b) 6 : :<br>
c) 12 :<br>
d) 8<br>
728 abgezogen von oben.

a) Der neue Divisor entstand aus der Wurzelzahl = 1, quadrirt = 1 und multiplizirt mit 3 = 3.
b) Der Divisor 3 mit der neuen Wurzel = 2 multiplizirt = 6.
c) Die neue Wurzel 2 quadrirt = 4, das Quadrat mit 3 multiplizirt = 12 und das Produkt noch mit der vorhergehenden Wurzel = 1 × = 12.
d) Der Würfel der neuen Wurzelzahl 2.

272000<br>
a) (432) : :<br>
b) 2160 : :<br>
c) 900 :<br>
d) 125<br>
225125 abgezogen von oben.<br>
46875

a) Wieder der neue Divisor aus Wurzel = 12, quadr. = 144 u multipliz. mit 3.
b) Der Divisor 432 multiplizirt mit der neuen Wurzelzahl 5.
c) Die neue Wurzel 5 quadr. = 25, dann multiplizirt mit 3 = 75, u. das Produkt mit den vorigen Wurzelzahlen 12.
d) Cubus der Wurzelzahl 5.

$\sqrt[3]{3,000,000}$ | $144\frac{14016}{3000000}$ Kreuz-Diam. 3 Maße.

$\sqrt[3]{4,000,000}$ | $158\frac{55688}{4000000}$ Kreuz-Diam. 4 Maße.

$\sqrt[3]{8,000,000}$ | 200 Theile Kreuz-Diam. 8 Maße.

## §. 44.

5) Eines Kegels. (§. 16, 4.) Man verfährt, wie bey §. 39, multiplizirt aber, wie bey §. 38. die gefundene Quadrat-Zahl der Grundfläche nur mit $\frac{1}{3}$ der senkrechten Höhe.

Diam. 5 Fuß, Periph. $13\frac{70}{100}$ □

5

4) $78\frac{1}{2}$ | $19\frac{5}{8}$ □ Fuß,

die Höhe 12′, davon $\frac{1}{3}$ . . . = 4

$78\frac{1}{2}$ Cub. Fuß.

oder O? | 25 □

□ 200 | 157 O

8 | 157 | $19\frac{5}{8}$ □ Fuß.

8

77

72

5

## §. 45.

6) Eines abgestutzten Kegels.

a) Man rechnet erst den ganzen Inhalt aus und zieht dann von diesem den Inhalt des abgeschnittenen Stückes ab.

der untere Diam. = 28″,

der obere dto. = 14.

die ganze Höhe = 180″, die Hälfte = 90″.

28

| | | | |
|---|---|---|---|
| 28 | | | |
| 28 | O ? | 784 □ | |
| 224 | □ 200 | 157 O | |
| 56 | 100 | 615,44 | $615\frac{11}{25}$ □ = die Grundfläche. |
| 784 □ | | | 60 = $\frac{1}{3}$ der Höhe. |
| | | | 36900 |
| | | | $26\frac{2}{5}$ = Bruch, |
| | | | $36926\frac{2}{5}$ cub. Inh. des ganz. Keg. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | | | |
| 14 | O ? | 196 □ | |
| 56 | □ 200 | 157 O | |
| 14 | 100 | 15386 | $153\frac{43}{50}$ □ = die Grundfläche. |
| 196 □ | | | 30 = $\frac{1}{3}$ der Höhe. |
| | | | 4590 |
| | | | $25\frac{4}{5}$ = Bruch, |
| | | | $4615\frac{4}{5}$ cub. Inhalt des abgeschnittenen Stückes. |

$36926\frac{2}{5}$ ganzer Kegel.
$4615\frac{4}{5}$ abgeschnittenes Stück.

$32310\frac{3}{5}$ Inhalt des abgestutzten Kegels.

b) Oder man berechnet den abgestutzten Kegel als Cylinder.

der große Diameter = 28″
der kleine dto. = 14
die Höhe — = 90.

1) Die Grundfläche des großen Kreises = $615\frac{11}{25}$ □
die Grundfläche des kleines Kreises = $153\frac{43}{50}$ □

die mittlere Grundfläche = $384\frac{13}{20}$ □″

$384\frac{13}{20}$ □″ mittlere Grundfläche,
90″ = Höhe.

34560
$58\frac{1}{2}$ = Bruch,

$34618\frac{1}{2}$ Cub. Zoll körperl. Inhalt.
$32310\frac{3}{5}$ wahrer Inhalt nach Berechnung bey a) also

$2307\frac{9}{10}$ Cub. Zoll hier zu viel.

2) Nähme man 21″ als die Mittelzahl beyder Diamet.

21
21

21
42

u. 441 = □.

O ? | 441 □
□ 200 | 157 O

200 | 69237 | $346\frac{37}{200}$ die mittl. Grundfl.
| 00 | 90 = Höhe.

31140
$16\frac{13}{20}$ = Bruch,

$31156\frac{13}{20}$ Cub. Z. körperl. Inh.
$32310\frac{3}{5}$ Cub. Z. wahrer Inh.

also $1153\frac{19}{20}$ C. Z. hier zu wenig.

3) Nähme man von $384\frac{13}{20}$ mittl. Grundfl. aus großem u. kleinem Boden, und
von $346\frac{37}{200}$ dto. dto. aus beyden Diamet.

$365\frac{167}{400}$ als eigentl. Mittelzahl,
90 = Höhe,

32850
$37\frac{23}{40}$ = Bruch; so erhält man

$32887\frac{23}{40}$ Cub. Zoll körperl. Inhalt,
und da $32310\frac{3}{5}$ Cub. Zoll wahrer Inhalt,

also nur $576\frac{39}{40}$ Cub. Zoll hier zu viel.

§. 46.

7) Einer Kugel. (§. 16, 5.)

a) Man berechnet nach §. 24. den Quadrat-Inhalt des größten Kreises, multiplizirt diesen mit dem Diameter,

als der Höhe und nun hat man den körperlichen Inhalt eines Cylinders. $\frac{2}{3}$ des Cylinders machen den cubischen Inhalt der Kugel aus.

5400 Meilen = Peripherie der Erde,
430 dto. = $\frac{1}{4}$ des Diameters

162000
216

2322000 □ Meilen = Grundfläche des größten Kreises.
1720 Meilen = Diamet. (Höhe.)

46440000
16254
2322

3) 3993840000 Cub. Meil. = körperl. Inhalt des Cylinders.
| 1331280000 = $\frac{1}{3}$ des körperl. Cylinder-Inhalts
2

2,662,560,000 Cub. Meil. körperl. Inh. der Erde.

b) oder kürzer: man sucht nach §. 25. den Quadrat-Inhalt der Kugel und multiplizirt diesen mit $\frac{1}{6}$ des Diameters. (Von der Peripherie bis zum Mittelpunkte kann man sich unzählige Pyramiden denken und nach §. 38. wird die Grundfläche mit $\frac{1}{3}$ der Höhe ($\frac{1}{6}$ des Diameters) multiplizirt.) (Fig. 23. u. 59.)

der Quadrat-Inhalt unserer Erde
nach §. 25 = 9,288,000 □ Meilen,
$286\frac{2}{3}$ Meilen = $\frac{1}{6}$ des Diam.

2,662,560,000 Cub. Meilen, wie bey a.)

§. 47.

Wie sucht man den cubischen Inhalt
B) irregulärer Körper?

8) Den irregulären Körper legt man entweder

a) in einen regulären Kasten, füllt den übrigen Raum mit Wasser, Sand, Hirsen u. dgl. aus. Hierauf thut man die-

diesen Körper wieder heraus und mißt, wie viele Cubik-Schuhe der Kasten leer geworden ist; z. B.

Länge des Kasten = 6 Fuß,
Breite desselben = 3 —

18 □ Fuß;
$1\frac{1}{4}$ F. nach d. Herausnehmen

des irregul. Körpers leer; = $22\frac{1}{2}$ Cub. Fuß leerer Raum also im Kasten, und da der irreguläre Körper diesen Raum voraus ganz ausfüllte, so muß er folglich $22\frac{1}{2}$ Cubik-Fuß betragen.

b) Oder man wiegt den irregulären Körper, z. B. 1751 ℔; hängt ihn dann in Regenwasser, worauf von der andern Wagschale Gewicht weggenommen werden muß, da der im Wasser hängende Körper gerade um so viele Pfunde leichter wird, als er Pfunde Wasser verdrängt hat.

1751 ℔ ausser dem Wasser,
978 ℔ noch im Wasser;

also wurde er = 773 ℔ leichter, folglich muß er auch 773 ℔ Wasser verdrängt haben.

64 ℔ Wasser nehmen 1 Cubik-Fuß Wasser ein — wie viele Cubik-Fuß 773 ℔?

| | |
|---|---|
| Cub. Fuß ? | 773 ℔. |
| ℔ 64 | 1 Cub. Fuß |
| 64 | 773 \| $12\frac{5}{64}$ Cub. Fuß Wasser |

wurden verdrängt, eben soviele Cubik-Fuß muß also auch der irreguläre Körper gehabt haben.

---

§. 48.

## Die Trigonometrie,

oder die Wissenschaft, "mittelst der Regel de Tri die unbekannten Stücke eines Triangels (Seiten oder Winkel) genau zu finden, wenn man 3 Stücke desselbigen

{entweder 1 Seite und 2 Winkel,
oder 2 Seiten und 1 Winkel,
oder 3 Seiten und keinen Winkel gemessen hat,

gründet sich auf folgende Wahrheiten:

1) Jedes Dreyeck kann mit seinen 3 Spitzen in die Peripherie eines Zirkels gelegt werden.
2) Jede Seite desselben ist also eine Chorde, (Sehne.) (§. 6, B.)
3) Die größte Chorde ist diejenige, die durch das Centrum geht, also der Diameter, und den Diameter eines jeden Kreises (groß oder klein,) theilt man in 100000.
4) Da derjenige Winkel in einem △, welcher der durchs Centrum gehenden Chorde oder dem Diameter gegen über steht, allemal ein rechter Winkel ist; so hat also die einem Winkel von 90 Graden gegenüberstehende Linie = 100,000 Theile trigonometr. Maßes. (Fig. 60.)
5) Hat der Winkel weniger, als 90°; so muß auch die zu diesem Winkel gehörige Chorde kürzer seyn, also weniger als 100,000 Theile trigonometrischen Maßes haben.

Und so hat man nun in den Chorden-Tafeln berechnet, wie lange die Chorde ist, (wie viele trigonometrische Theile sie hat,) wenn der ihr gegenüberstehende Winkel = 1°, 2°, 3° ꝛc. 30°, 50°, 80° ꝛc. hat.

z. B. 90° = 100,000 Theilen tr. M. Chorden-Länge.
30° = 50,000 — — — — —

## §. 49.

Oder, statt der ganzen Chorde, nimmt man nur die halbe, (den Sinus) und giebt, ebenfalls willkührlich, der Hälfte der größten Chorde (dem Semidiameter, oder dem Radius, dem Sinui toti) 10,000,000 Theile trig. Maßes.

Was §. 48. 4 u. 5. rücksichtlich der Chorden-Länge gesagt worden ist, das gilt ebenfalls hier bey dem Sinus; je kleiner der Winkel, desto kleiner ist der gegenüber stehende Sinus.

z. B. 90° Sinus totus = 10,000,000. } tr. M.
30° do. do. = 5,000,000. }

So

So entstanden die Tabulae Sinuum et Tangentium und um bey so großen Zahlen des beschwehrlichen Multiplizirens und Dividirens überhoben zu seyn, berechnete man auch noch ausserdem die Logarithmos Sinuum et Tangentium. (Fig. 61.) (Man lese in der Anweisung zum Rechnen nach Reesischer Manier das Kapitel von den Logarithmen.)

## §. 50.

Da das trigonometrische Maß blos zeigt, in welchem Verhältnisse die Linien mit dem Diameter (in den Chorden-Tafeln) oder mit dem Sinus totus (in den Sinus-Tafeln) stehen; so muß man mittelst der Regel de Tri das eigentliche Maß noch besonders suchen und die ganze Trigonometrie besteht also darin:

a) daß man entweder aus dem trigonometrischen Maße das gemeine Maß, oder

b) daß man aus dem gemeinen Maße das trigonometrische Maß sucht.

## §. 51.

### Anwendung der Trigonometrie

I) auf die Longimetrie.

Wie findet man die Länge einer Linie? (von einem Punkte zum andern?)

A) 1 Linie und
2 Winkel sind bekannt.

a) Einer der bekannten Winkel gehört zur Linie, deren Länge man weiß, d. h. steht derselben gerade gegenüber.

1 Beyspiel. (§. 10. 2 Fall. b. Fig. 29. 2.) Schußweite auf die Vogelstange.

die Linie AB = 9° 2′ 4″. Höhe der Vogelstange.
der Winkel D = 30°.
der Winkel G od. A = 90°.

Die

die Höhe von C nach D, oder von A nach G muß von der Linie AB abgezogen werden.

Höhe der Stange = 9° 2′ 4″
Höhe des Stocks zum Auflegen der Büchsen 7′ 6″
————————
8° 4′ 8″ von G nach B noch.

Lin. DB? | ($\angle$90°) trig. Maß = 100000.
trig. M. = 50000. ($\angle$30°) | 8° 4′ 8″ Lin. GB.
————————
50000 | 84800000 | 16° 9′ 6″ Länge der
| 343 - 0000 | Linie DB.

oder mit Logarithmen:

Lin. DB? | ($\angle$90°) . . . Log. = 10,0000000.
($\angle$30°) | 8′ 4′ 8″ Lin. GB Log. = 2,9283959.
Summa = 12,9283959.
Log. . . . . . . = 9,6989700.
Log. = 3,2294259.
von der Zahl = 16° 9′ 6″, als der Schußweite.

§. 52.

b) Keiner der 2 bekannten Winkel gehört zur Linie, deren Länge man weiß; aber da (nach Lehrsatz §. 10, 4. am Ende) auch die Größe des 3ten Winkels gefunden werden kann, wenn man die Summe der 2 bekannten Winkel von 180° abzieht, so ist das Verfahren hier eben so leicht, wie bey Beysp. 1.

2. Beyspiel. (§. 10. 2. Fall, b. Fig. 29, 1.) Höhe der Vogelstange, eines Thurms ꝛc. (1. Beysp.)

die Linie ag = 14° 6′ 8″
$\angle$ a = 90°.
$\angle$ g = 30°.

| | |
|---|---|
| 90° | 180° |
| 30° | 120° |
| 120° | folgl. 60° = $\angle$b oben. |

Linie

Linie ab? | (∠ 30°) trig. Maß = 50,000.
tr. Maß = 86602. (∠ 60°) | 14° 6′ 8″ Linie ag. . . .

| | | |
|---|---|---|
| — 86602 | 73400000 | 8° 4′ 7″½ |
| | 692816 | |
| | 411840 | |
| | 346408 | |
| | 654320 | |
| | 606214 | |
| | 48106 | |

Log. = 9,6989700 von ∠ 30°
Log. = 3,1667261 von Lin. 14° 6′ 8″

Summa = 12,8656961
Von 60° Log. = 9,9375306

2,9281655
Log. = 2,9278834 von 8° 4′ 7″½.

$\frac{2821}{5125}$

3. Beyspiel. (§. 8. 1. Fall. Fig. 27. 2.) Entfernung zweyer Bäume ꝛc. von einander.

die Linie cb = 10°
∠ c = 70°
∠ b = 63° u. folglich ∠ a = 47°.
Der Ansatz, wie beym 2ten Beyspiele.

4. Beyspiel. (§. 9. 2. Fall. a. Fig. 28, 1.) Breite eines Flusses.

Die Linie bc = 10°
∠ b = 81°
∠ c = 53° u. folglich ∠ a = 46°.
Der Ansatz, wie beym 2ten Beyspiele.

5. Beyspiel. (§. 12. 3. Fall. b. Fig. 32, 2.) Höhe eines Thurms, Baums ꝛc.

Die Linie cd = 5°
∠ 1 = 40°
∠ 2 = 123° u. folglich ∠ 3 = 17° und ∠ 4 als Supplem. von 123° = 57°.

Hier

Hier bekommt man 2 △ zu berechnen.

a) Lin. gb? | (∠40°) . . . Log. = 9,8080675
(∠17°) | 5° Lin. cd Log. = 0,6989700

10,5070375

Log. . . . . . . = 9,4659353

1,0411022

Log. = 3,0409977 von 10° 9′ 9″.

(Anstatt unter 1,0411022 zu suchen, wo man 10° und einen Bruch gefunden hätte, sucht man 3,0409977 und man bekommt auch 9′ und 9″ noch.)

b) Lin. bf? ∠57°) (Supplem. v. 123°) Log. = 9,9235914
(∠90°) | 10° 9′ 9″. . . . Log. = 3,0409987

12,9645891

Log. . . . . . . . = 10,0000000

2,9645891

von 9° 2′ 2″ der Log. = 2,9647309

Addirt man zur Linie bf = 9° 2′ 2″
die Höhe des Stativs de = 5′ 4″, so erhält man
die ganze Höhe der Linie ab = 9° 7′ 6″.

Probe:

1. Linie ad, fg? | no. 4 = 57°.
(∠33°) no. 6 = 90 . . . . Log. = 9,7361088
no. 5 = 33

180°.

(∠57°) | 9° 2′ 2″ Linie bf . . . . Log. = 2,9647309

12,7008397

Log. . . . . . . . . = 9,9235914

von 5° 9′ 9″ der Log. = 2,7772483

Linie ad = 5° 9′ 9″
Linie cd = 5° 0′ 0″ folglich
Linie ac = 10° 9′ 9″ zusammen.

∠ no. 3 = 17°
∠ no. 5 = 33°

beyde = 50° zusammen.

| | | |
|---|---|---|
| 2. Linie bf? | ($\angle 40^\circ$) . . . Log. | = 9,8080675 |
| ($\angle 50^\circ$) | $10^\circ 9' 9''$ Lin. ac Log. | = 3,0409977 |
| | | 12,8490652 |
| Log. | . . . . . . . . | = 9,8842540 |
| | Log. | = 2,9648112 von $9^\circ 2' 2''$ wie bey b.) |

6. Beyspiel. (§. 12. 3. Fall, b. Fig. 32. 2.) Schußweite auf die Vogelstange. (5. Beysp.)
Linien und Winkel, wie beym 5ten Beyspiele.

| | | |
|---|---|---|
| Linie eb? | ($57^\circ$) (Supplem. von $123^\circ$) Log. | = 9,9235914 |
| $\angle(17^\circ)$ | $5^\circ$ Linie cd . . . Log. | = 0,6989700 |
| | | 10,6225614 |
| Log. | . . . . . . . . | = 9,4659383 |
| | | 1,1566231 |
| | von $14^\circ 3' 4''$ Log. | = 3,1565491 |

## §. 53.

B) 2 Linien und
1 Winkel sind bekannt.

a) Der Winkel gehört zu einer der bekannten Linien.

7. Beyspiel. (§. 10. 2. Fall, b. Fig. 29. 2.) Entfernung des Stand-Häuschens von der Vogelstange. (1. u. 2. Beysp.)

Linie AB = Höhe der Vogelstange = $9^\circ 2' 4''$
Linie DB = Schußweite = $16^\circ 9' 6''$
$\angle$ A = $90^\circ$.

Die Höhe des Stativs CD = der Höhe von A nach G muß von der ganzen Höhe der Stange abgezogen werden.

$9^\circ 2' 4''$
$7' 6''$
$8^\circ 4' 8''$.

Da der Winkel B, gehörig zur Linie, die gesucht werden soll, unbekannt ist, so muß er ebenfalls erst gefunden werden.

($\angle$D?)

| | | |
|---|---|---|
| (∠D?) | 8° 4′ 8″ Lin. AB. | |
| Lin. DB. 16° 9′ 6. | (∠ 90°) trig. Maß = 100,000. | |
| 1696″ | 8° 4′ 8″ 00000 | 50,000 trig. Maß = 30° |
| | 8 4 8 0 | . . . . Winkel D. |
| | 0 | |

oder mit Logarithmen:

| | | |
|---|---|---|
| (∠ D?) | 848 Lin. AB. Log. = | 2,9283959 |
| Lin. DB. 1696 | (∠ 90.) . Log. = | 10,0000000 |
| | | 12,9283959 |
| Log. . | . . . . | 3,2294258 |
| | Log. = | 9,6989701 v. ∠ 30° D. |

∠ A oder G = 90°
∠ D = 30°, folglich
∠ B = 60° und man hat den Fall, wie §. 51 u. 52.
Summa = 180°.

| | | |
|---|---|---|
| Lin. AC? | (∠ 60°) . . . Log. = | 9,9375306 |
| (∠ 30°) | 8° 4′ 8″ Lin. AB. Log. = | 2,9283959 |
| | | 12,8659265 |
| Log. | . . . . = | 9,6989700 |
| Lin. AC. von 14° 6′ 8″ | Log. = | 3,1669565 |

## §. 54.

b) Der bekannte Winkel gehört zu keiner der 2 bekannten Seiten.

1) Das Dreyeck ist rechtwinkelig.

8. Beyspiel. (§. 10. 2. Fall b. Fig. 29. 2.) Schußweite ꝛc. (1. Beyspiel.)

Linie AC oder DG = Entfernung von der Vogelstange = 14° 6′ 8″.

Linie AB = Höhe der ganzen Stange = 9° 2′ 4″.
BG = 8° 4′ 8″.

∠ A = 90°.

Vor

Vor allen Dingen muß man suchen, zu irgend einer der bekannten Linien einen Winkel aufzufinden und zu diesem Ende nimmt man, um $\angle\, 90^\circ$ zu bekommen, eine dieser Linien, z. B. DG, als den Sinus totus an, und die Linie BG wird dann der Tangens.

| | | |
|---|---|---|
| Tang. ($\angle$ D?) | $8^\circ\, 4'\, 8''$ Lin. BG. Log. = | 2,9283959 |
| Lin. DG = $14^\circ 6' 8''$ | ($\angle 90^\circ$) Sin. tot. Log. = | 10,0000000 |
| | | 12,9283959 |
| Log. | . . . . = | 3,1667261 |
| | | 9,7616698 |
| von $30^\circ\, 1'$ = $\angle$ D Log. Tangent. = | | 9,7617311 |

Nun sagt man weiter:

| | | |
|---|---|---|
| Linie BD? | ($\angle$ G = $90^\circ$) . . Log. = | 10,0000000 |
| ($\angle$ D = $30^\circ\, 1'$) | $8^\circ\, 4'\, 8''$ Lin. BG. . Log. = | 2,9283959 |
| | | 12,9283959 |
| Log. . | . . . . . . . = | 9,6991887 |
| | | 3,2292072 |
| von $16^\circ\, 9'\, 5''$ Log. Sin. = | | 3,2291697 |

oder nach dem Lehrsatze §. 42, 1. Magister mathes. genannt,

Lin. DG = 1468.

```
   1468
   ----
  11744
  8808
 5872
1468
-------
2155024 □
```

Lin. BG = 848

```
   848
   ---
  6784
 3392
6784
------
719104 □
```

$\square$ 1) = 2155024
$\square$ 2) = 719104

Summa = $\sqrt{2,87,41,28}$ | 16° 9′ 5″ Lin. DB

```
 1
 187
 (26)..
 156..
 3141
 (329)
 2961
  18028
  (3385)
  16925
  1103.
```

§. 55.

2) Das Dreyeck ist nicht rechtwinkelig.

9. Beyspiel. (§. 11. 3. Fall a. Fig. 62.) Entfernung zweyer Gegenstände jenseits eines Flusses.

Die Linie ab = 50°
∠ c = 40°
∠ d = 60°
∠ e = 30°
∠ f = 80°
} gemessen u. folgl. ∠ h = 50°
und ∠ g = 30° u. s. w.
(§. 10. u. §. 52.)

Hier sind mehrere Triangel, wie die Figur zeigt. Um die Länge der Linie ik zu finden, muß aber nothwendig ein solcher ausgehoben werden, zu welchem die zu suchende Linie gehört, z. B. Δ bik.

Von diesem Dreyecke wissen wir wohl den ∠ d = 60°; aber wie lang ist die Linie bi? und die Linie bk?

Beyde Linien müssen erst nach der Angabe in den vorhergehenden §§. gesucht werden. Also

1) Linie

1) Lin. bi? | ($\angle 70^\circ$) (Suppl. zu $\angle e = 30^\circ$ . Log. = 9,9729858
u. $\angle f = 80$
110°)
($\angle 30^\circ$) | 50° Lin. ab . . . . . . . . . . Log. = 1,6989700

11,6719558
Log. . . . . . . . . . . = 9,6989700

1,9729858

Von 90° 1′7″, als der Länge der Linie bi, Log. = 3,9729892

2) Linie bk? | ($\angle 30^\circ$) . . . Log. = 9,6989700
($\angle 50^\circ$) | 50° Linie ab . Log. = 1,6989700

11,3979400
Log. . . . . . = 9,8842540

1,5136860

Von 32° 6′3″, als der Linie bk, Log. = 3,5136171.

Nun wissen wir die Linie bi = 93° 9′7″
die Linie bk = 32° 6′3″
$\angle$ d = 60°. Da aber dieser Winkel zu keiner der beyden bekannten Linien gehört, so müssen die Winkel zu beyden auch erst gesucht werden und zwar auf folgende Weise:

180° = die 3 Winkel zusammen,
60° = der bekannte Winkel d und folglich

120° = die $\angle$m und $\angle$lh zusammen,
60° = die Mittelzahl, oder die Hälfte.

Linie bi = 93° 9′7″
Linie bk = 32° 6′3″

gehörig zu = 126° 6′0″. Länge beyder Linien zusammen und 61° 3′4″ Differenz beyder Linien.

Und nun sagt man: Wie sich die Summe der beyden Seiten bi und bk zu ihrer Differenz verhält; so verhält sich der Tangens der halben Summe der beyden gesuchten Winkel lh und m zu dem Tang. der halben Differenz derselben und diese gefundene $\frac{1}{2}$ Differenz addirt zur $\frac{1}{2}$ Summe der $\angle$ giebt den $\angle$lh, subtrahirt von der $\frac{1}{2}$ Summe der $\angle$ giebt den $\angle$m.

(L)

| | | |
|---|---|---|
| (∠) Tang. ½ Diff. ? 61° 3. Diff. beyd. Lin. | Log.= | 2,7874605 |
| beyd. Lin. Sa=126° 6′ (∠60°) Tang. ½ Sa. | Log.= | 10,2385606 |
| | | 13,0260211 |
| Log. . . . . . . . . | = | 3,1024337 |
| | | 9,9235874 |
| von 39° 59′ ∠ Log. Tang. | = | 9,9235570 |

Linie bi = 93° 9′ 7″ u. deren ∠ lh = 60° als Hälfte beyder Winkel und 39° 59′ als gefundene

½ Differenz addirt = ∠ lh = 99° 59′. Summa.

Linie bk = 32° 6′ 3″ u. deren ∠ m = 60° als Hälfte beyder Winkel und 39° 59′ als gefundene

½ Diff. subtrahirt, = ∠ m = 20° 1′.

Nun fährt man fort:

| | | |
|---|---|---|
| Linie ik? Suppl. des ∠ lh = 99° 59′ (∠ 80° 1′) | (∠ d = 60°) . Log. | =9,9375306 |
| | 93° 9′ 7″ Linie bi . Log. | =3,9729892 |
| | | 13,9105198 |
| Log. . . . . . . | | =9,9933737 |
| | | 3,9171461 |
| Von 82° 6′ 3″, der Linie ik, Log. Sin. | | —3,9171378 |

§. 56.

## Anwendung der Trigonometrie

### II) auf die Planimetrie.

Wie findet man den Quadrat-Inhalt eines Dreyecks? (Wie findet man die senkrechte Höhe in demselben?) (§. 22. u. Fig. 13.)

A) 1 Winkel und
2 Linien sind bekannt.

10. Bey-

10. Beyspiel. $\angle a = 30°$; Linie ab $= 13° 4' 2''$ und Linie ac $= 9° 1' 8''$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Linie cd? | ($\angle$ a = 30°) . . . | Log. = | 9,6989700 |
| ($\angle$ e = 90°) | 9° 1' 8'' Linie ac . | Log. = | 2,9628427 |
| | | | 12,6618127 |
| Log. | . . . . . . . | = | 10,0000000 |
| | von 4° 5' 9'' Lin. cd | Log. | 2,6618127 |

4° 5' 9'' senkrechte Höhe von c nach d;
6° 7' 1 ½ Basis ab.

```
    4 5 9
  3 2 1 3
2 7 5 4
```

also $=$ 3 0° 7 9' 8 9'' □ Inhalt des Δ abc.

§. 57.

B) 2 Winkel und
1 Linie sind bekannt.

11. Beyspiel. $\angle a = 30°$; $\angle b = 40°$ und Linie ab $= 13° 4' 2''$.

Die Linie ac muß vor Allem gesucht werden.
$\angle c = 110°$ und das Supplement also $= 70°$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Linie ac? | ($\angle$ 40°) . . . | Log. = | 9,8080675 |
| ($\angle$ 70°) | 13° 4' 2'' Lin. ab . | Log. = | 3,1277525 |
| | | | 12,9358200 |
| Log. | . . . . . . . | = | 9,9729858 |
| | von 9° 1' 8''. Lin. ac | Log. = | 2,9628342 |

und weiß ich Linie ab $= 13° 4' 2''$. Lin. ac $= 9° 1' 8''$ und $\angle a = 30°$; so ist wieder Fall A. §. 56.

## §. 58.

### C) 3 Linien sind bekannt.

12. Beyspiel. Linie ab $= 13^\circ\, 4'\, 2''$, Linie ac $= 9^\circ\, 1'\, 8''$ und Linie bc $= 7^\circ\, 1'\, 4''$.

a) Durch die senkrechte Linie, die man auf die Basis fallen läßt, macht man 2 rechtwinkelige Dreyecke und bekommt also $\angle$ e $= 90^\circ$.

b) nun mißt man die Linie ad, wo die senkrechte Linie auffällt $= 7^\circ\, 9'\, 5''$.

c) und sucht den Winkel c, welcher zur Linie ad gehört.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ($\angle$ c?) | $7^\circ\, 9'\, 5''$ Linie ad . | Log. = | 2,9003671 |
| Linie ac $= 9^\circ\, 1'\, 8$ | ($\angle$ $90^\circ$) . . | Log. = | 10,0000000 |
| | | | 12,9003671 |
| Log. . . . . . | | = | 2,9628427 |
| | von $60^\circ$ $\angle$ c | Log. = | 9,9375244 |

$\angle$ c $= 60^\circ$
$\angle$ e $= 90$ und folglich
$\angle$ a $= 30$

$180^\circ$.

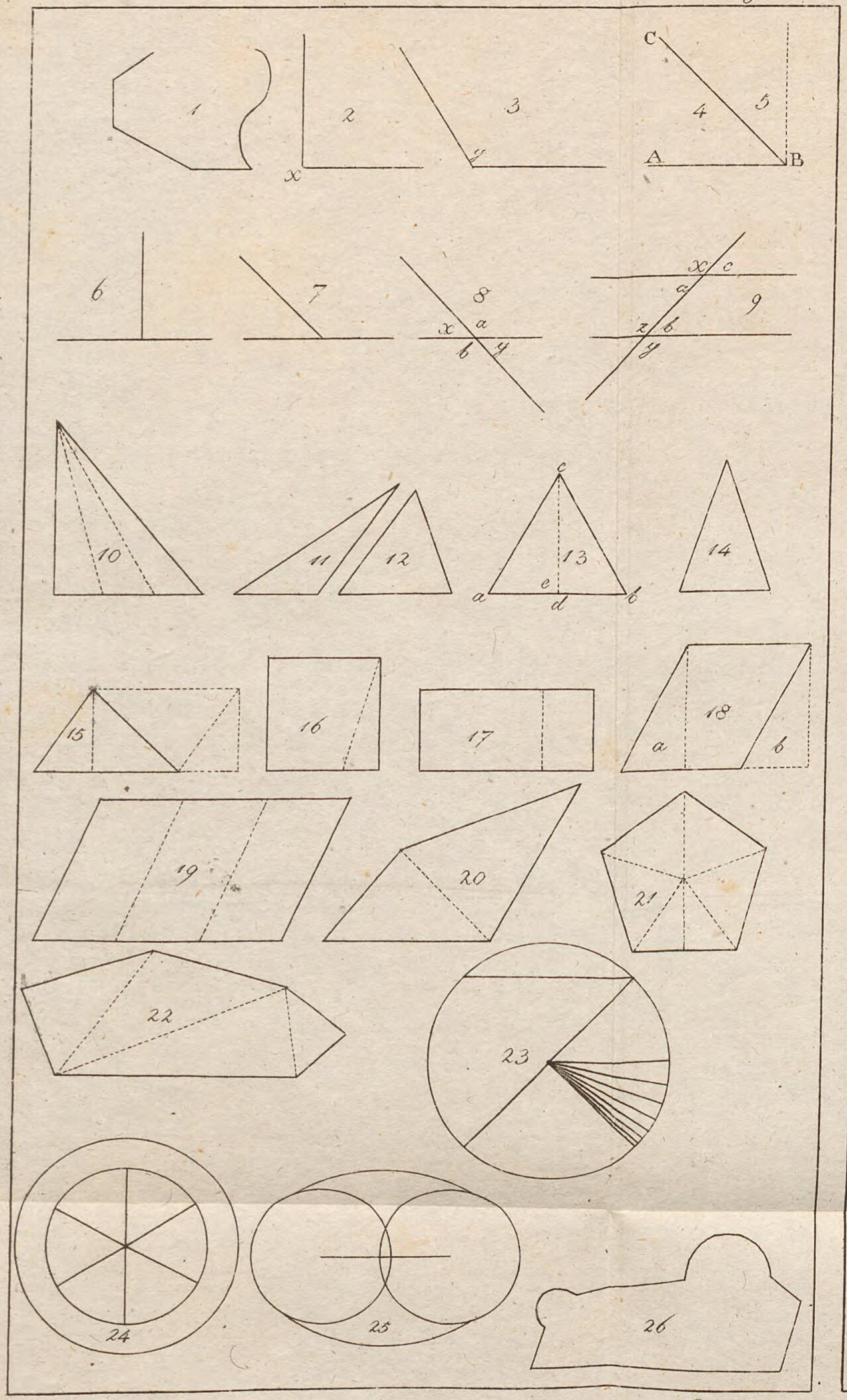
und hier also ebenfalls das 10te Beyspiel wieder.

---

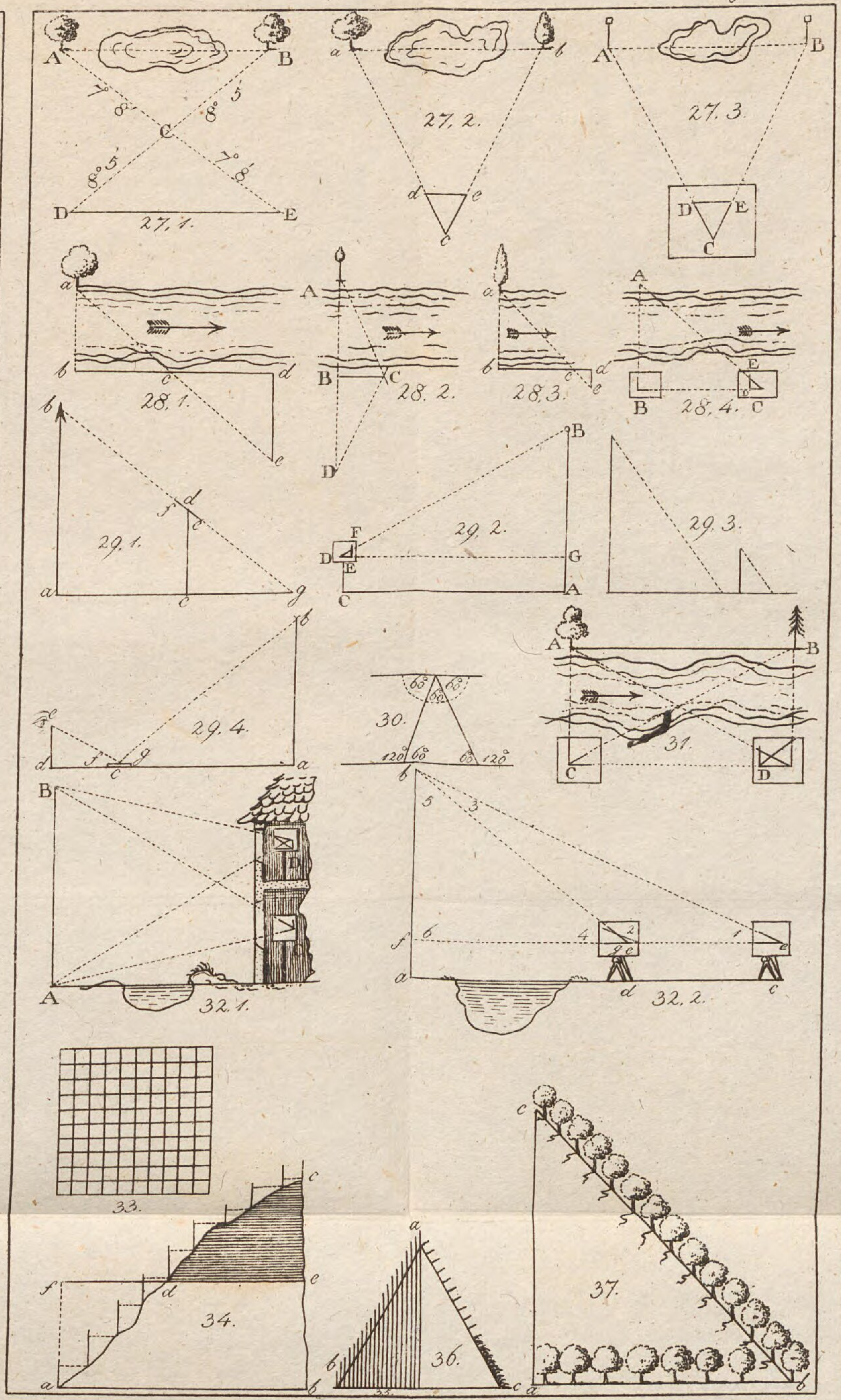
## Verbesserungen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Seite 12. | Zeile 22. | ist anstatt Wechselwinkel zu lesen: | Scheitelwinkel. |
| — | — 23. | — — §. 5. c. | — — §. 5. b. |
| — 14. | — 3. | von unten anstatt von B nach C | — von B nach D. |
| — 15. | — 20. | anstatt und in E; | — — und in C, |
| — 17. | — 16. | — dc bis zum Auge | — — de bis zum Auge. |
| — 18. | — 6. | — §. 58. 8. | — — §. 55. 9. |
| — 25. | — 5. | — 4′ 3″ | — — 4′ 8″ |
| — 31. | — 1. | von unten anstatt §. 26. 3. | — — §. 28. 3. |
| — 33. | — 7. | von unten muß b) weggestrichen und | |
| — 34. | — 3. | vor dem neuen Exempel b) gesetzt werden. | |
| — 43. | | Die 7 ersten Zeilen müssen nach Zeile 19. zu Ende des Beyspiels gelesen werden. | |

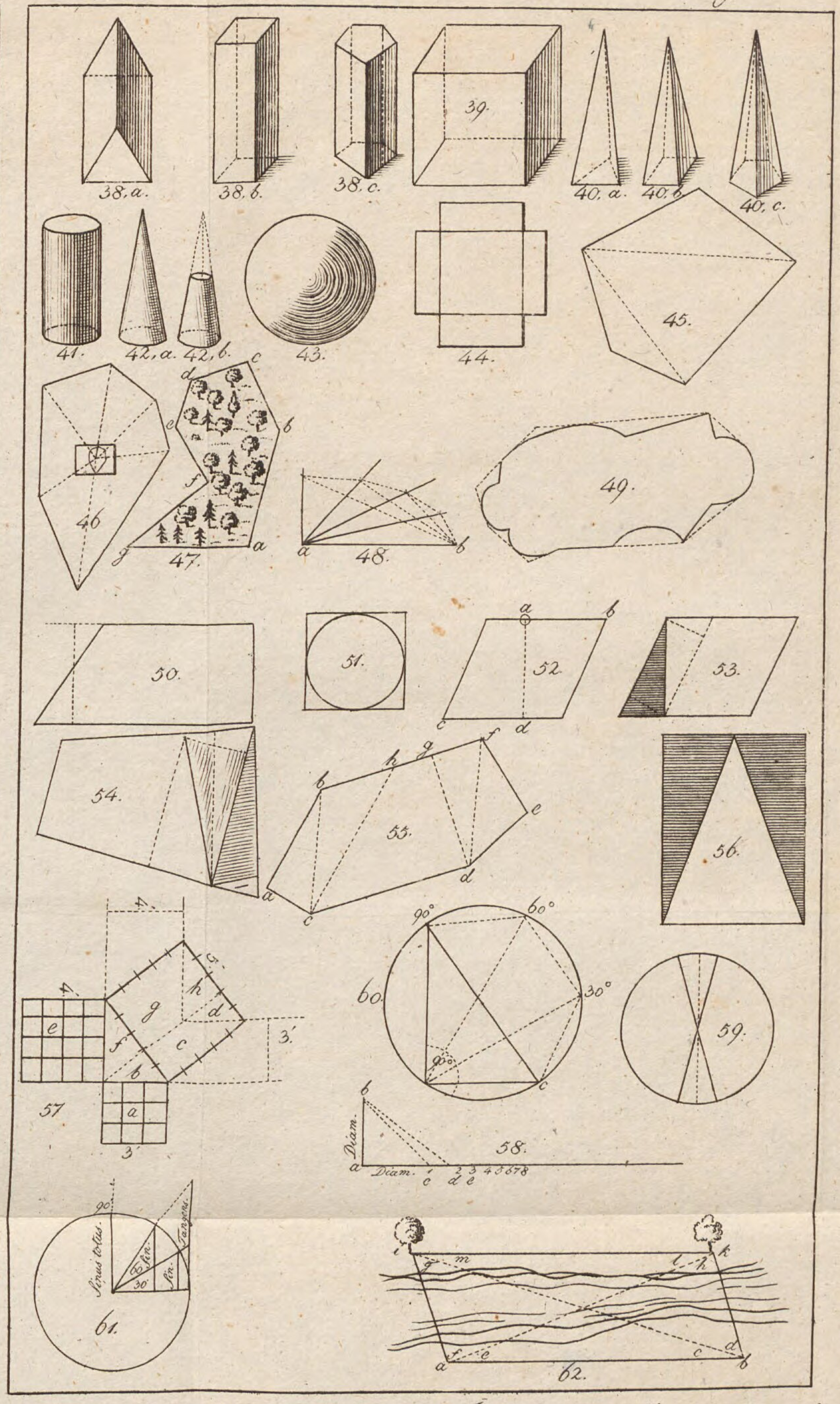
Taf. I.




Taf. II.




Taf. III.




= Bedeutet gleich; ∽ ähnlich; ≅ congruent; ∠ Winkel; △ Triangel; □ Quadrat; ⧉ Cubus; ∠ 30° Grade 15' Min. □° eine Quadrat-Ruthe, □' ein Quadr. Fuß, □'' ein Quadr. Zoll, □''' eine Quadr. Linie.

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Weinich, Georg Philipp,

Kurze, doch vollständige Anweisung zum Rechnen nach Persischer Manier

Erlangen 1814

Math.p. 635
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083077-7